

VZOREC TESTA IZ
VERJETNOSTNEGA RAČUNA IN STATISTIKE (IŠRM)

DATUM: x. x. 2014

ČAS REŠEVANJA JE 90 MINUT.

1. (a) Kakšna je geometrijska porazdelitev?
Izračunaj (izpelji) njeno matematično upanje!
- (b) Pošteno kocko mečemo, dokler ne pade petica ali šestica.
Kako je porazdeljena slučajna spremenljivka X , ki pomeni število vseh metov?
Kolikšno je matematično upanje slučajne spremenljivke X ?

2. (a) Katera enakost velja med matematičnimi upanji slučajnih spremenljivk X , Y in XY ? Pri katerem pogoju?
- (b) Naj bo slučajna spremenljivka U porazdeljena enakomerno na množici $\{0, \frac{\pi}{2}, \pi\}$, torej je

$$P(U = 0) = P(U = \frac{\pi}{2}) = P(U = \pi) = \frac{1}{3}.$$

Izračunaj porazdelitev slučajnih spremenljivk $X = \sin U$ in $Y = \cos U$.

Izračunaj matematična upanja slučajnih spremenljivk X , Y in XY .

Ali sta slučajni spremenljivki X in Y neodvisni? Odgovor utemelji!

3. (a) Kaj pravi centralni limitni izrek (CLI)? Kako je treba definirati zaporedje slučajnih spremenljivk, da lahko iz CLI izpeljemo Laplaceovo integralsko formulo?
- (b) Pošteno kocko vržemo n -krat. Naj slučajna spremenljivka S_n pomeni število metov, ko je padlo sodo število pik. Izračunaj limito

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(2S_n \leq n)$$

Izrazi vrednost limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(2S_n \leq n + \sqrt{n})$$

kot določeni integral primerne funkcije.

4. (a) Naj ima slučajna spremenljivka X eksponentno porazdelitev s parametrom $\lambda > 0$, tj. zvezno porazdelitev z gostoto

$$p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & , \quad \text{če je } x > 0, \\ 0 & , \quad \text{sicer.} \end{cases}$$

Izračunaj njeno matematično upanje!

- (b) Po metodi maksimalne zanesljivosti določi cenilko za parameter λ . Ali dobimo isto cenilko tudi z metodo momentov? Odgovor utemelji!