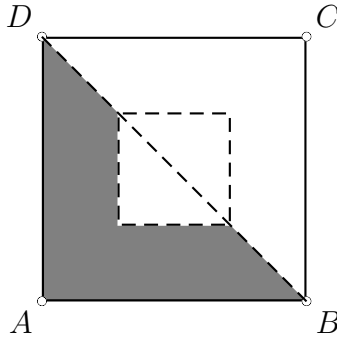


Rešitve kolokvija iz verjetnosti in statistike z dne 23. 11. 2010

IŠRM

1. Ugodno območje je označeno na sliki:



in verjetnost želenega dogodka je razmerje ploščin, ki je enako $\frac{20}{49} \doteq 0.408$.

2. Označimo z I_C in I_V dogodka, da je izpolnjevalcu ime Cvetko oz. Vinko, s P_C in P_V pa dogodka, da se izpolnjevalec piše Cvetko oz. Vinko. Z I'_C in P'_V označimo dogodka, da izpolnjevalec navede ime Cvetko oz. priimek Vinko. Nadalje naj bo še Z dogodek, da se je izpolnjevalec zmotil. Tedaj velja:

$$\begin{aligned}
 P(Z | I'_C \cap P'_V) &= \frac{P(Z \cap I'_C \cap P'_V)}{P(I'_C \cap P'_V)} = \\
 &= \frac{P(Z) P(I'_C \cap P'_V | Z)}{P(Z) P(I'_C \cap P'_V | Z) + P(\bar{Z}) P(I'_C \cap P'_V | \bar{Z})} = \\
 &= \frac{P(Z) P(I_V \cap P_C)}{P(Z) P(I_V \cap P_C) + P(\bar{Z}) P(I_C \cap P_V)} = \\
 &= \frac{0.1 \cdot 0.00329 \cdot 0.00048}{0.1 \cdot 0.00329 \cdot 0.00048 + 0.9 \cdot 0.00075 \cdot 0.00011} \doteq \\
 &\doteq 0.680.
 \end{aligned}$$

3. Označimo z x minimalno potrebno velikost predavalnice. Po Laplaceovi integralni formuli je x približno najmanjše celo število, za katerega velja:

$$\frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{x + \frac{1}{2} - 200 \cdot 0.8}{\sqrt{200 \cdot 0.8 \cdot 0.2}}\right) < 0.05$$

oziroma:

$$\Phi\left(\frac{x - 159.5}{\sqrt{32}}\right) > 0.05.$$

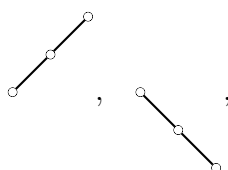
Torej približno velja $x = \lceil y \rceil$, kjer je y rešitev enačbe:

$$\Phi\left(\frac{y - 159.5}{\sqrt{32}}\right) = 0.45$$

in iz $y \doteq 168.80$ dobimo $x = 169$.

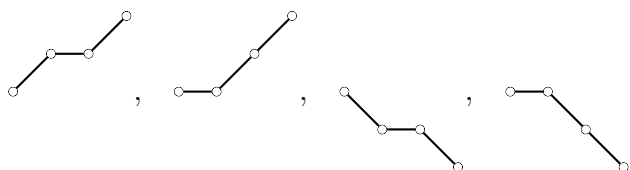
Dejansko je verjetnost, da bo prišlo (strogo) več kot 168 študentov, enaka 0.0632, da jih bo več kot 169, pa 0.0430. Torej je ocena $x = 169$ pravilna.

4. Slučajna spremenljivka N je lahko enaka 2, 3, 4 ali 5. Dogodke, da je $N = 2, 3$ oziroma 4 bomo prikazali grafično z razliko med točkami obeh igralcev. Dogodek, da je $N = 2$, ustreza potekoma igre:



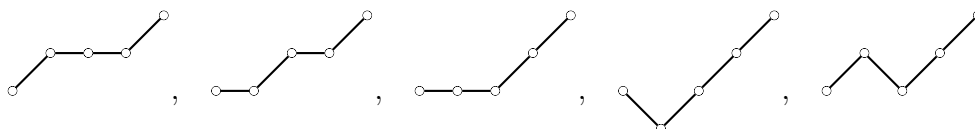
kar nam da $P(N = 2) = 0.5^2 + 0.3^2 = 0.34$.

Dogodek, da je $N = 3$, ustreza potekom igre:

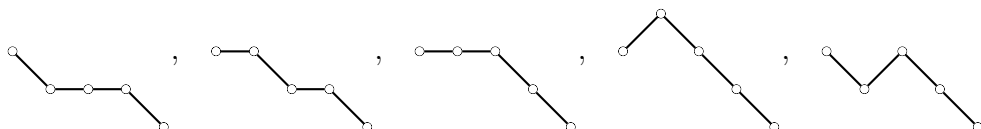


kar nam da $P(N = 3) = 2 \cdot (0.5^2 + 0.3^2) \cdot 0.2 = 0.136$.

Dogodek, da je $N = 4$, ustreza potekom igre:



in:



kar nam da $P(N = 4) = 3 \cdot (0.5^2 + 0.3^2) \cdot 0.2^2 + 2 \cdot (0.5^3 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.3^3) = 0.1428$.

Končno izračunamo še $P(N = 5) = 1 - 0.34 - 0.136 - 0.1428 = 0.3812$.