

## 2. kolokvij iz verjetnosti in statistike

IŠRM

29. marec 2013

1. Slučajni vektor  $(X, Y)$  je porazdeljen zvezno z dvorazsežno gostoto:

$$p_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}(1 - x^2 - y^2) & ; x^2 + y^2 \leq 1 \\ 0 & ; \text{sicer} \end{cases} .$$

Določite porazdelitev slučajne spremenljivke  $Z = Y/X$ .

2. Za dogodka  $A$  in  $B$  velja  $P(A) = 1/2$ ,  $P(B) = 1/3$ , njuna indikatorja:

$$X = \begin{cases} 1 & ; A \text{ se zgodi} \\ 0 & ; A \text{ se ne zgodi} \end{cases}, \quad Y = \begin{cases} 1 & ; B \text{ se zgodi} \\ 0 & ; B \text{ se ne zgodi} \end{cases}$$

pa imata korelacijski koeficient  $4/5$ . Izračunajte  $P(A \cap B)$ .

3. Naj bo  $\lambda > 0$ . Število potomcev v prvi generaciji ima Poissonovo porazdelitev  $\text{Poi}(\lambda)$ , vsak izmed njih pa ima  $k$  potomcev z verjetnostjo:

$$\frac{(1 - e^{-\lambda})^k}{k\lambda}; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

Vsa števila potomcev so neodvisna. Določite porazdelitev števila potomcev v drugi generaciji.

*Namig:*  $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots$ ,  $\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$ .

4. Slučajne spremenljivke  $X_1, X_2, \dots, X_{24}$  so porazdeljene enakomerno na intervalu  $[0, 1]$ . Označimo  $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{24}$ . Približno določite tak  $x$ , da bo  $P(S < x) = 0.05$ .