5. Preskušanje statističnih hipotez

Stat. hipoteza je vsaka domneva o porazd. sluč. spren. X na populaciji.

Hipoteza je *enostavna*, če natanko določa porazdelitev, sicer je *sestavljena*.

Zgled $X \sim N(\mu, \sigma)$

Če σ poznamo, potem je $H(\mu = 0)$ enostavna hipot.

Če σ ne poznamo, je sestavljena.

Preskušamo *ničelno hipotezo* H_0 nasproti *alternativni hipotezi* H_1.

Zgleda $X \sim N(\mu, \sigma)$

a) $H_0(\mu = 0) \; : \; H_1(\mu \neq 0)$

b) $H_0(\mu = 0) \; : \; H_1(\mu > 0)$

Za H_0 običajno vzamemo enostavno hipotezo, za katero pričakujemo, da jo bomo zavrnili. Hipoteza je lahko *pravilna* ali *nepravilna*. Ideal je sprejeti pravilno hipotezo in zavrniti nepravilno. Odločiti se moramo na osnovi vzorca. Če vzorčni podatki preveč odstopajo od hipoteze, potem *niso konsistentni* z njo, oziroma so *razlike* statistično značilne (pomembne) oz. stat. signifikantne

Vnaprej predpišemo stopnjo značilnosti α, tj. verjetnost, da zavrnemo pravilno hipotezo.

Običajno $\alpha = 0'05$ ali $\alpha = 0'01$.

Take teste imenujemo testi značilnosti.

Primeri testov značilnosti:

1) test Z: $X \sim N(\mu, \sigma)$, σ poznamo

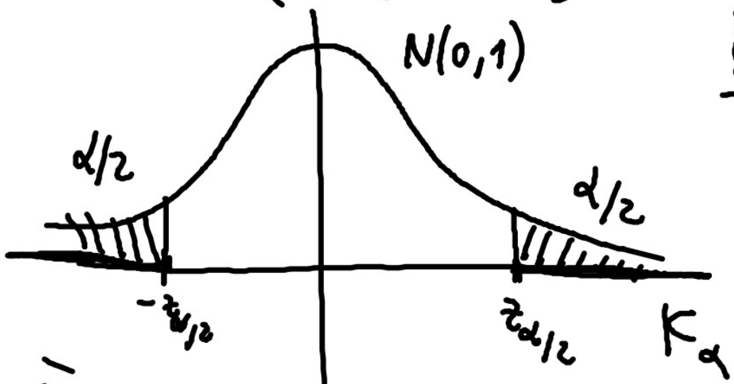
$H_0(\mu = \mu_0) : H_1(\mu \neq \mu_0)$, μ_0 dano število

Če H_0 drži, potem je vzorčna statistika

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}\sqrt{n} \sim N(0,1), \text{ saj je } \bar{X} \sim N\left(\mu_0, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Določimo $z_{\alpha/2} > 0$, da je $P(Z > z_{\alpha/2}) = \frac{\alpha}{2}$

oz. $P(|Z| \geq z_{\alpha/2}) = \alpha$.



<u>Kritično območje</u>

$$K_\alpha = \left(-\infty, -z_{\frac{\alpha}{2}}\right] \cup \left[z_{\frac{\alpha}{2}}, \infty\right)$$

Če vzorčna vrednost za Z pripada K_α, potem H_0 zavrnemo.

<u>Zgled</u> Izdelovalec vrvic trdi, da je povprečna sila, pri kateri se vrvica strga, 150N s stand. deviacijo 5N.

Na vzorcu 50 vrvic je bila povprečna sila 148 N.

Privzemimo normalno porazd. $X \sim N(\mu, 5)$

Pri stopnji znač. $\alpha = 0{,}01$ testirajmo

$H_0(\mu = 150)$: $H_1(\mu \neq 150)$

Vzorčna statistika :

$$Z = \frac{\overline{X} - 150}{5} \cdot \sqrt{50} = (\overline{X} - 150) \cdot \sqrt{2}$$

Iz tabel: $z_{\alpha/2} = 2{,}58$ (NORMSINV(0,995))

Kritično območje $K_\alpha = (-\infty, -2{,}58] \cup [2{,}58, \infty)$

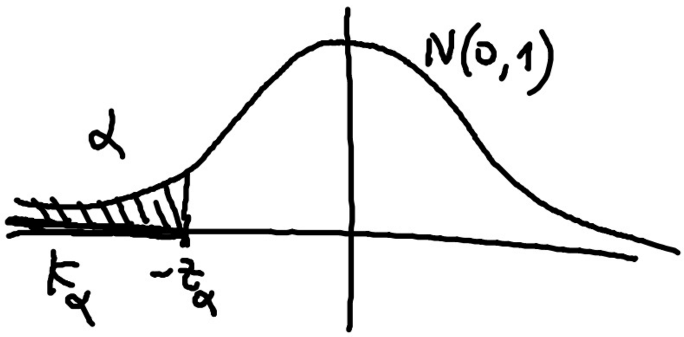
Vzorčna vrednost za Z je $(148 - 150) \cdot \sqrt{2} = -2\sqrt{2} = -2{,}82$

Ker $-2{,}82 \in K_\alpha$, hipotezo H_0 zavrnemo.

Ker gledamo odstopanje v obe smeri, je test **dvostranski**. Smiseln bi bil **enostranski test**:

$H_0(\mu = 150) : H_1(\mu < 150)$

Tedaj je $K_\alpha = (-\infty, -z_\alpha]$, kjer je



Pri $\alpha = 0{,}01$ je $z_\alpha = 2{,}33$

Ker $-2{,}82 \in K_\alpha = (-\infty, -2{,}33]$,

H_0 zavrnemo.

2) <u>test T</u> : $X \sim N(\mu, \sigma)$, σ neznan

$H_0(\mu = \mu_0)$: $H_1(\mu \neq \mu_0)$, μ_0 dano število

Testna statistika $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S} \cdot \sqrt{n} \sim \text{Student}(n-1)$

če privzamemo H_0, tj. $X \sim N(\mu_0, \sigma)$

Pri danem $\alpha > 0$ določimo $t_{\alpha/2} > 0$, da je

$P(|T| > t_{\alpha/2}) = \alpha$. Kritično območje je

$K_\alpha = (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}] \cup [t_{\frac{\alpha}{2}}, \infty)$

Zgled a) nadaljevanje prejšnjega zgleda.

Denimo, da deviacijo SN izračunamo iz vzorca, torej $s=5$. Pri $\alpha=0{,}01$ je $t_{\frac{\alpha}{2}}=2{,}68$ pri 49 prost. stopnjah.

Vzorčna vrednost za T je $t=\frac{\bar{x}-150}{5}\cdot\sqrt{50}=$
$=-2\sqrt{2}=-2{,}82$. Ker $-2{,}82\in K_\alpha=(-\infty,-2{,}68]\cup[2{,}68,\infty)$, H_0 zavrnemo.

Zgled b) Pri testiranju zdravila za zniževanje krvnega tlaka 10 bolnikom izmerijo sistolični tlak pred in po zdravljenju.

Razlike "pred − po" so:

$-8, 0, 2, 4, 9, 14, 19, 22, 32, 35$ mmHg

Predpostavmo, da so razlike porazd. $N(\mu, \sigma)$.

Test značilnosti:

① enostranski test T:

$H_0(\mu=0) : H_1(\mu>0)$

② stopnja značilnosti $\alpha = 0.05$

③ testna statistika:

$$T = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S} \cdot \sqrt{n} = \frac{\overline{X}}{S} \cdot \sqrt{10}$$