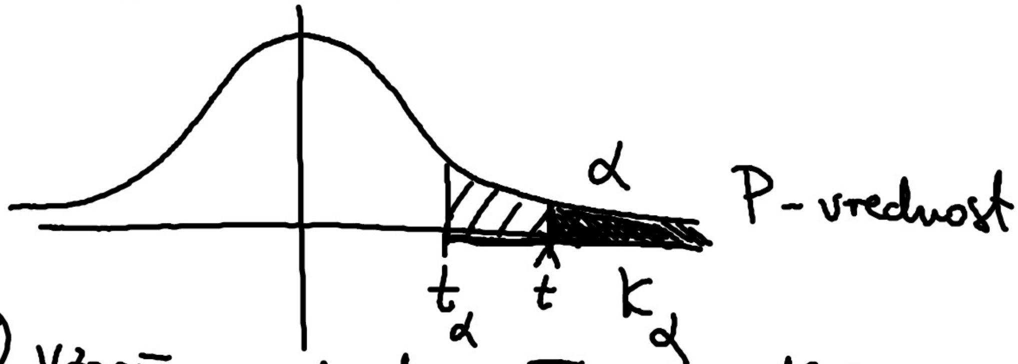
④ Za Student(9) je kritično območje

$K_\alpha = [t_\alpha, \infty)$, kjer je $t_\alpha = 1.83$



⑤ Vzorčna vrednost za T je $t = \dfrac{12.9}{14.1} \cdot \sqrt{10} = 2.89$

Sklep: Ker $2.89 \in K_\alpha$, H_0 zavrnemo.

Pri $\alpha = 0.01$ je $t_\alpha = 2.82$. Tudi sedaj H_0 zavrnemo.

P-vrednost je najmanjša stopnja značilnosti, pri kateri še lahko zavrnemo hipotezo (pri danih vzorčnih podatkih).

V našem primeru je P-vrednost: 0·89%
0·0089

3) Studentov parjalni test

Imejmo 2 neodvisna vzorca velikosti m in n.
Prvi je vzet iz populacije, na kateri je $X \sim N(\mu_X, \sigma)$, drugi pa iz populacije, na kateri je $Y \sim N(\mu_Y, \sigma)$.
Predpostavljamo enakost disperzij.

Naj bo $S_{X_n}^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{k=1}^{m}(X_k - \overline{X})^2$ in
$S_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{k=1}^{n}(Y_k - \overline{Y})^2$. Definirajmo <u>skupno</u>
<u>vzorčno varianco</u> (<u>pooled sample variance</u>)

$$S^2 = \frac{(m-1)S_x^2 + (n-1)S_y^2}{m+n-2} = \frac{1}{m+n-2}\left(\sum_{k=1}^{m}(X_k-\overline{X})^2 + \sum_{k=1}^{n}(Y_k-\overline{Y})^2\right)$$

in še <u>testno statistiko</u>

$$T = \frac{\overline{X}-\overline{Y}}{S}\cdot\sqrt{\frac{m\cdot n}{m+n}}$$

Preskušamo domnevo $H_0(\mu_x = \mu_y) : H_1(\mu_x \neq \mu_y)$.

Denimo, da H_0 velja, torej $\mu_X = \mu_Y = \mu$.

Potem je $\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{m}}\right)$ in $\overline{Y} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$.

Zato $\overline{X} - \overline{Y} \sim N\left(0, \sigma\sqrt{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}}\right)$ in potem

$$Z = \frac{\overline{X}-\overline{Y}}{\sigma}\sqrt{\frac{m \cdot n}{m+n}} \sim N(0,1)$$

Ker je $U := \frac{(m+n-2)\cdot S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(m+n-2)$, je

je
$$T = \frac{Z}{\sqrt{U/(m+n-2)}} \sim \text{Student}(m+n-2)$$

Zgled Dve zdravili proti nespečnosti preskusijo na dveh vzorcih velikosti 10, torej $m=n=10$. Dodatno število ur spanja pri prvem zdravilu:

1'9, 0'8, 1'1, 0'1, -0'1, 4'4, 5'5, 1'6, 4'6, 3'4,

pri drugem zdravilu

0'7, -1'6, -0'2, -1'2, -0'1, 3'4, 3'7, 0'8, 0'0, 2'0

① Dvostranski primerjalni test $H_0(\mu_X=\mu_Y):H_1(\mu_X\neq\mu_Y)$

② stopnja značilnosti $\alpha=0{,}05$

③ $$T=\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{S}\cdot\sqrt{\frac{m\cdot n}{m+n}}=\frac{\overline{X}-\overline{Y}}{S}\sqrt{5}\sim\text{Student}(18)$$

④ Kritično območje $K_\alpha = (-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}] \cup [t_{\frac{\alpha}{2}}, \infty)$,
kjer je $t_{\frac{\alpha}{2}} = 2{\cdot}10$

⑤ Vzorčne vrednosti : $\bar{x} = 2{\cdot}33$, $\bar{y} = 0{\cdot}75$,
$s_x^2 = 4{\cdot}40$, $s_y^2 = 3{\cdot}00$, $s^2 = \frac{9 s_x^2 + 9 \cdot s_y^2}{18} =$
$= \frac{s_x^2 + s_y^2}{2} = 3{\cdot}70$, $t = \frac{2{\cdot}33 - 0{\cdot}75}{\sqrt{3{\cdot}70}} \cdot \sqrt{5} = 1{\cdot}84$

<u>Sklep</u>: Ker $1{\cdot}84 \notin K_\alpha$, hipoteze H_0 ne moremo zavrniti pri stopnji $0{\cdot}05$. P-vrednost $= 0{\cdot}079$

4) <u>Test hi-kvadrat</u> (Pearson)

Sl. sprem. X ima porazdelitveno funkcijo F, ki ni znana. Preskušamo domnevo $H_0(F=F_0)$: $H_1(F \neq F_0)$, kjer je F_0 dana porazdelitvena funkcija.

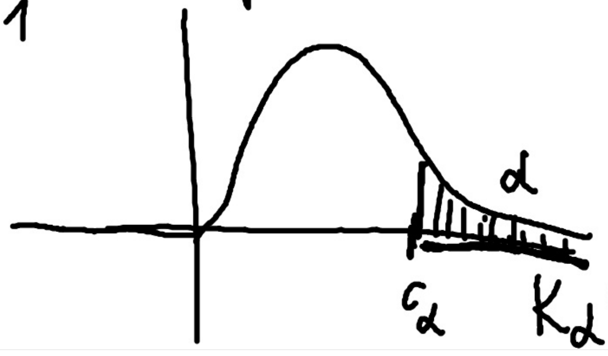
Zalogo vrednosti za X razdelimo na r razredov $S_1, \dots, S_r$, da je $p_k = P(X \in S_k \mid H_0) > 0 \ \forall k$

Naj bo $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ sluč. vzorec in N_k število vrednosti vzorca, ki padejo v S_k, $k = 1, 2, \dots, r$.

Potem je $\sum_{k=1}^{r} N_k = n$ in $\sum_{k=1}^{r} p_k = 1$ ter $N_k \sim Bin(n, p_k)$. Ker je $E(N_k) = n \cdot p_k$, je pričakovana frekvenca za k-ti razred enaka $n \cdot p_k$.
Pri velikem n ima vzorčna statistika

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{r} \frac{(N_k - n \cdot p_k)^2}{n \cdot p_k}$$

približno porazdelitev $\chi^2(r-1)$.



$K_\alpha = [c_\alpha, \infty)$

Če χ^2 zavzame preveliko vrednost, hipotezo H_0 zavrnemo.

<u>Zgled</u> Preskušamo "poštenost" igralne kocke.

$$X : \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$ je hipoteza.

V 120 metih dobimo

X	1	2	3	4	5	6
opažene frekvence	20	22	17	18	19	24
pričakovane frekvence	20	20	20	20	20	20

Vrednost za χ^2 je $\frac{(20-20)^2}{20}+\frac{(22-20)^2}{20}+\frac{(17-20)^2}{20}$
$+\ldots=\frac{34}{20}=1{\cdot}7$

Pri $\alpha=0{\cdot}05$ ima $\chi^2(5)$ mejno vrednost
$c_\alpha=11{\cdot}1$, torej $K_\alpha=[11{\cdot}1,\infty)$.

Hipoteze ne moremo zavrniti.