

Teorija programskih jezikov: 1. izpit

12. februar 2009

Čas reševanja je 120 minut. Doseženih 100 točk šteje za maksimalno oceno. Iz tvojih rešitev naj bo razviden postopek, ki je pripeljal do odgovorov.

Naloga 1 [5 × 5 točk]

Za vsakega od naslednjih *Poly* programov ugotovi, ali ima glavni tip in katerega. Nato ugotovi še, ali program divergira, blokira ali se evaluiira v vrednost. Če se evaluiira v vrednost, v katero? (*Poly* je len programski jezik.)

- (a) `42 :: []`
- (b) `[] :: ([] :: [])`
- (c) `rec f is f 0`
- (d) `fun x → [] :: x`
- (e) `fun x → x :: []`

Navodilo: formalnih izpeljav za tipe in evaluacijo *ni* treba zapisati, zadostuje že neformalna obravnava.

Naloga 2 [25 točk]

V ukaznem programskem jeziku dokaži delno pravilnost programa

```
{1 < a ≤ b}
while a ≤ b do
  a := 2 * a;
  b := b + 1
done
{a ≤ 2b}
```

Dodatna naloga [+10 točk]: dokaži še *popolno pravilnost*.

(Glej drugo stran!)

Naloga 3 [8 + 8 + 9 točk]

V programskem jeziku Sub z zapisi in podtipi sta dana naslednja tipa:

$$\begin{aligned}\tau &= \{\mathbf{a} : \mathbf{int}\} \\ \rho &= \{\mathbf{a} : \mathbf{int}, \mathbf{b} : \{\}\}\end{aligned}$$

- (a) Zapiši primer *vrednosti*, ki je hkrati tipa τ in tipa ρ . Če taka vrednost ne obstaja, to utemelji.
- (b) Zapiši primer *vrednosti*, ki ima tip τ in *nima* tipa ρ . Če taka vrednost ne obstaja, to utemelji.
- (c) Zapiši primer *vrednosti*, ki ima tip ρ in *nima* tipa τ . Če taka vrednost ne obstaja, to utemelji.

Naloga 4 [10 + 6 + 9 točk]

Naj bo $D = [0, 1]^{\mathbb{R}}$ množica vseh funkcij iz realnih števil v zaprti enotski interval, urejena z relacijo \sqsubseteq , ki je definirana s predpisom

$$f \sqsubseteq g \iff \forall x \in \mathbb{R}. f(x) \leq g(x).$$

Povedano z besedami, $f \sqsubseteq g$ velja, ko je $f(x) \leq g(x)$ za vse $x \in \mathbb{R}$.

- (a) Dokaži, da je (D, \sqsubseteq) domena.
- (b) Funkcije $f, g, h \in [0, 1]^{\mathbb{R}}$ so definirane s predpisi

$$\begin{aligned}f(x) &= 1/2 \\ g(x) &= \begin{cases} 0 & \text{če } x \leq 0, \\ 1 & \text{če je } x > 0 \end{cases} \\ h(x) &= \min(1, \max(0, x))\end{aligned}$$

Katere od naslednjih neenakosti *veljajo* in katere *ne veljajo*: $f \sqsubseteq g$, $f \sqsubseteq h$, $g \sqsubseteq f$, $g \sqsubseteq h$, $h \sqsubseteq f$, $h \sqsubseteq g$?

- (c) Poišči najmanjšo negibno točko funkcije $F : D \rightarrow D$, predpisane s pravilom

$$F(f)(x) = \min(1, f(x) + 1/3).$$

- (d) **Dodatna naloga [+5 točk]:** Poišči vse negibne točke funkcije F . Odgovor utemelji.