

2. izpit pri predmetu Teorija programskih jezikov

19. februar 2010

Čas reševanja je 120 minut. Doseženih 100 točk šteje za maksimalno oceno.

1. naloga (30 točk)

Za vsakega od naslednjih *Poly* programov ugotovite, ali ima glavni tip in katerega. Nato ugotovite še, ali program divergira, blokira ali se evaluiira v vrednost. Če se evaluiira v vrednost, v katero? (Poly je len programski jezik.)

a) $([] :: []) :: []$

b) $(\text{if } 6 = 7 \text{ then } (\text{fun } x \rightarrow x < 7) \text{ else } (\text{fun } x \rightarrow x * 7))6$

c) $\text{rec } x \text{ is } 1 * x$

d) $\text{fun } x \rightarrow \text{fun } y \rightarrow x :: y$

e) $\text{fun } f \rightarrow f (f \text{ true})$

2. naloga (10 + 10 + 10 točk)

Programskemu jeziku PCF dodamo *lene* pare ter njihovo razstavljanje:

$$\text{Tip } \tau ::= \dots \mid \tau_1 \times \tau_2$$
$$\text{Izraz } e ::= \dots \mid \langle e_1, e_2 \rangle \mid \text{let } \langle x_1, x_2 \rangle = e \text{ in } e'$$

Izraz $\text{let } \langle x_1, x_2 \rangle = e \text{ in } e'$ evaluiramo tako, da izraz e evaluiramo do para $\langle e_1, e_2 \rangle$, nato pa evaluiramo izraz e' , v katerem smo vse pojavitve spremenljivke x_1 zamenjali z e_1 , vse pojavitve spremenljivke x_2 pa z e_2 . Na primer:

$$\text{let } \langle x_1, x_2 \rangle = (\text{fun } x : \text{nat} \rightarrow \langle x, \text{succ } x \rangle) 0 \text{ in } \langle x_2, x_1 \rangle \quad \mapsto$$
$$\text{let } \langle x_1, x_2 \rangle = \langle 0, \text{succ } 0 \rangle \text{ in } \langle x_2, x_1 \rangle \quad \mapsto$$
$$\langle \text{succ } 0, 0 \rangle .$$

a) Zapišite dodatna pravila za preverjanje tipov.

b) Podajte operacijsko semantiko malih korakov: kaj so dodatne vrednosti in katera so dodatna pravila za evaluacijo?

c) Podajte denotacijsko semantiko. S katero domeno interpretiramo tip $\tau_1 \times \tau_2$? S katerimi zveznimi funkcijami interpretiramo izraza $\langle e_1, e_2 \rangle$ ter $\text{let } \langle x_1, x_2 \rangle = e \text{ in } e'$? (Zveznosti ni treba dokazovati.)

3. naloga (20 + 10 točk)

a) V ukaznem programskem jeziku dokažite naslednjo delno pravilnost.

```
{a ≤ b}
x := a;
y := b;
while x < y do
  x := x + 1;
  y := y - 1
done
{y ≤  $\frac{a+b}{2}$  ≤ x}
```

b) Dokažite še *popolno pravilnost*.

4. naloga (20 točk)

V programskem jeziku z zapisi in podtipi sta dana naslednja tipa:

```
 $\tau = \{a : \text{int}, b : \text{bool}\} \rightarrow \{b : \text{bool}\}$ 
 $\rho = \{b : \text{bool}\} \rightarrow \{a : \text{int}, b : \text{bool}\}$ 
```

a) Zapišite primer *vrednosti*, ki je hkrati tipa τ in tipa ρ . Če taka vrednost ne obstaja, to utemeljite.

b) Zapišite primer *vrednosti*, ki ima tip τ in *nima* tipa ρ . Če taka vrednost ne obstaja, to utemeljite.

c) Zapišite primer *vrednosti*, ki ima tip ρ in *nima* tipa τ . Če taka vrednost ne obstaja, to utemeljite.