Teorija programskih jezikov: 1. izpit
26. januar 2007

Čas reševanja je 120 minut. Doseženih 100 točk šteje za maksimalno oceno. Iz tvojih rešitev naj bo razviden postopek, ki je pripeljal do odgovorov.

Naloga 1 [6 + 6 + 6 + 7 točk]

Za vsakega od naslednjih MinML programov ugotovi, ali ima tip in katerega. Nato ugotovi še, ali program divergira, blokira ali se evaluira v vrednost. Če se evaluira v vrednost, v katero?

(a) $0 + (\texttt{if false then true else } 42)$

(b) $0 \cdot (\texttt{if true then true else } 42)$

(c) $\texttt{if } 2 < (\texttt{fun } f(n : \texttt{int}) : \texttt{int is } f\,(n+1)) \texttt{ then } 23 \texttt{ else } 42$

(d) $(\texttt{fun } h(f : \texttt{int} \to \texttt{int}) : \texttt{int is } f\,(f\,42))(\texttt{fun } g(n : \texttt{int}) : \texttt{int is } 2 * n + 1)$

Navodilo: formalnih izpeljav za tipe in evaluacijo *ni* treba zapisati, zadostuje že neformalna obravnava.

Dodatna naloga [+7 točk]: obravnavaj še

(e) $(\texttt{fun } h(f : \texttt{bool} \to \texttt{int}) : \texttt{bool is } f\,42)(\texttt{fun } h(x : \texttt{bool}) : \texttt{int is } h \texttt{ false})$

Naloga 2 [25 točk]

S pravili za dokazovanje pravilnosti dokaži, da velja naslednja delna pravilnost:

$$
\begin{array}{l}
\{x = x_0 \wedge y = y_0 \wedge z = z_0\} \\
(\texttt{if } y < x \texttt{ then } y := x \texttt{ else skip}); \\
(\texttt{if } y < z \texttt{ then } y := z \texttt{ else skip}) \\
\{x_0 \leq y \wedge y_0 \leq y \wedge z_0 \leq y\}
\end{array}
$$

(Obrni stran!)

Naloga 3 [10 + 10 + 10 točk]

V funkcijskem programskem jeziku z zapisi in podtipi Sub so dani izrazi p_1, p_2, p_3 in tipi τ_1, τ_2, τ_3:

$p_1 =$ `{x = {y = {x = 3}}}.x`
$p_2 =$ `{x = {y = 3}, f = fun g(a:{n:int}):int is (a.n + 3)}`
$p_3 =$ `{y = {x = 3}, f = fun f(a:{}):int is (f a = a)}`

$\tau_1 =$ `{y:{}}`
$\tau_2 =$ `{x:{y:int}}`
$\tau_3 =$ `{f:{a:{}}->int, y:{x:int}}`

Za vsakega od programov p_1, p_2, p_3 ugotovi, katere od tipov τ_1, τ_2, τ_3 ima. Napravi pregledno razpredelnico.

Naloga 4 [25 točk]

Naj bo $\leq$ običajna primerjava naravnih števil po velikosti. Na množici $D = \mathbb{N} \cup \{\infty_1, \infty_2\}$ naj bo $\sqsubseteq$ relacija, definirana s predpisom

$$x \sqsubseteq y \iff x = y \vee (x \in \mathbb{N} \wedge (y = \infty_1 \vee y = \infty_2)) \vee (x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge x \leq y).$$

Ali je $(D, \sqsubseteq)$ delna urejenost? Ali je domena? Odgovore utemelji.

Namig: $(D, \sqsubseteq)$ si predstavljamo, kot da smo naravnim številom dodali še *dve* "neskončnosti" ∞_1 in ∞_2, ki sta večji od naravnih števil, med seboj pa nista primerljivi.

Dodatna naloga [+10 točk]: Definirajmo relacijo $\preceq$ na D s predpisom

$$x \preceq y \iff x = y \vee (x \in \mathbb{N} \wedge (y = \infty_1 \vee y = \infty_2)) \vee (x \in \mathbb{N} \wedge y \in \mathbb{N} \wedge y \leq x).$$

Ali je $(D, \preceq)$ delna urejenost? Ali je domena?