

Teorija programskih jezikov: 1. izpit

3. marec 2006

Čas reševanja je 120 minut. Doseženih 100 točk šteje za maksimalno oceno. Iz tvojih rešitev naj bo razviden postopek, ki je pripeljal do odgovorov.

Naloga 1 [5 × 5 točk]

Za vsakega od naslednjih MinHaskell programov ugotovi, ali ima tip in katerega. Nato ugotovi še, ali program divergira, blokira ali se evaluiira v vrednost. Če se evaluiira v vrednost, v katero?

- (a) $(1 + 2) :: [\text{int}]$
- (b) `match 1 :: [bool] with [int] → 0 | x :: y → x`
- (c) `rec b : bool is b`
- (d) `(fun x : int → true)(rec b : bool is b)`
- (e) `rec f : int → int is (fun n : int → f(n + 1))`

Navodilo: formalnih izpeljav za tipe in evaluacijo *ni* treba zapisati, zadostuje že neformalna obravnava.

Naloga 2 [25 točk]

S pravili za dokazovanje pravilnosti dokaži, da velja naslednja delna pravilnost:

$$\begin{aligned} & \{k > 0\} \\ & i := 0; \\ & p := 1; \\ & \text{while } 2 \cdot p \leq k \text{ do } i := i + 1 ; p := 2 \cdot p \text{ done} \\ & \{2^i \leq k < 2^{i+1}\} \end{aligned}$$

Dodatna naloga [+10 točk]: Dokaži še *popolno* pravilnost.

Naloga 3 [13 + 12 točk]

(a) Naj bo D ω -cpo. Definiramo delno urejenost na množici $D^\top = D \cup \{\top\}$ s predpisom

$$x \leq_{D^\top} y \iff y = \top \vee x \leq_D y.$$

Dokaži, da je tudi D^\top ω -cpo.

(b) Zaprti interval $[0, 1]$ z običajno ureditvijo \leq je ω -cpo. Ugotovi, kateri od funkcij $f, g : [0, 1]^\top \rightarrow [0, 1]$ sta zvezni:

$$f(x) = \begin{cases} 3/4 & \text{če je } x = \top, \\ x/2 & \text{če je } x \in [0, 1] \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1/4 & \text{če je } x = \top, \\ x/2 & \text{če je } x \in [0, 1] \end{cases}$$

Naloga 4 [25 točk]

V funkcijskem programskem jeziku z zapisi in podtipi so dani programi

$$\begin{aligned} p_1 &= \{x = 3, f = (\text{fun } n : \text{int} \rightarrow 7)\}.f \\ p_2 &= \{x = 3, f = (\text{fun } u : \{\} \rightarrow 7)\} \\ p_3 &= \{x = 3, f = (\text{fun } t : \{a : \text{int}, b : \text{int}\} \rightarrow t.a + t.b)\} \end{aligned}$$

in tipi

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \{\} \\ \tau_2 &= \{x : \text{int}, f : \{\} \rightarrow \text{int}\} \\ \tau_3 &= \{f : \{a : \text{int}\} \rightarrow \text{int}\} \end{aligned}$$

Za vsak par (p_i, τ_j) ugotovi, ali ima p_i tip τ_j .