

Verjetnostne metode v računalništvu

četrti domača naloga

Rok za oddajo domače naloge je ponedeljek, 10. 2. 2014 ob 18.00. Oddaja je preko spletne učilnice (le format .pdf) ali v predalček asistenta (prilžiče na Jadranski 19 (fizika)). Če imate vprašanja, se obrnite na asistenta ali profesorja oz. uporabite forum na učilnici. O nalogah se lahko pogovarjate, o rešitvah pa ne. Če boste uporabili vire (knjige, splet), jih tudi navedite.

Naloga 1 (3 točke)

Opiši algoritem, ki na vhodu sprejme množico S **navpičnih** daljic v ravnini¹ in v pričakovanem linearnem času vrne premico z največjim smernim koeficientom, ki seka vsako daljico v S , ali pove, da taka premica ne obstaja. *Namig: linearno programiranje*

Naloga 2 (4 točke)

Dan je problem PARABOLE($a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 \dots a_n, b_n, c_n$):

Vhod: realna števila $a_i > 0, b_i, c_i$, ki določajo območje $P_i \subseteq \mathbb{R}^2$ z neenakostjo $y \geq a_i(x - b_i)^2 + c_i$, za $i = 1, 2 \dots n$.

Naloga: Najdi točko $v \in \bigcap_i P_i$ z najmanjšo y -koordinato.

Predpostavimo, da so parabole v naslednji splošni legi: nobeni dve paraboli nista enaki in se ne dotikata ter nobene tri parabole se ne sekajo v isti točki.

- V koliko različnih točkah se lahko sekata paraboli ∂P_i in ∂P_j in kako lahko izračunamo njuna presečišča in temena? Ali lahko to storimo v konstantnem času (predpostavi, da so aritmetične operacije, vključno s korenjenjem, $O(1)$)?
- V koliko različnih točkah se lahko sekata paraboli ∂P_i in ∂P_j , če je $a_i = a_j$? Podaj algoritem pričakovane linearne časovne zahtevnosti, ki reši problem PARABOLE za primer $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

¹daljice so podane s spodnjo in zgornjo točko

- c) Naj se paraboli ∂P_i in ∂P_j sekata v točki v in naj bosta l_1 in l_2 smerna koeficienta tangent na ∂P_i in ∂P_j v točki v . Ali iz $l_1 l_2 > 0$ sledi, da v ni točka z najmanjšo y -koordinato v $P_i \cap P_j$?

Dokaži ali najdi protiprimer (za oboje je dovolj jasna slika z razlago).

- d) Podaj algoritem pričakovane linearne časovne zahtevnosti, ki reši problem PARABOLE.

Naloga 3 (3 točke)

Preberi poglavje 4.6 *Counting Ones in a Window* v viru <http://infolab.stanford.edu/~ullman/mmds/ch4.pdf>. Gre za četrto poglavje knjige *Mining of Massive Datasets*, ki je dostopna na <http://infolab.stanford.edu/~ullman/mmds.html>.

Opiši metodo, ki je opisana v tem poglavju z izrazoslovjem iz predavanj, tako da bo metoda zapisana bolj formalno, matematično. Pri tem je posebej priporočljivo, da vmesne trditve napišeš kot leme, navedeš invariante pri zankah ...

Namen te naloge je razumeti dano besedilo, ki je na temo iz predavanj, ter ga znati razložiti z izrazoslovjem, ki je bliže matematičnemu (kot da bi si zapisovali na predavanjih).