

## POVEZANOST MED POJAVI:

### KOVARIANCA, REGRESIJA IN KORELACIJA

1

---

---

---

---

---

---

## POVEZANOST MED POJAVI

- Pojavi so med seboj povezani
  - \_V Sloveniji ne moremo gojiti pomaranč, ker drevesa pozebejo
  - \_V gospodarski krizi je več socialnih stisk
  - \_V mestih se gripa širi hitreje kot na podeželju
- „Večji/manjši, je x, večji/manjši je y“
  - \_Dije kot spis, večja je možnost, da zamudiš na predavanja
  - \_Z višjo plačo je lažje preživeti mesec
  - \_Več se učiš, višjo oceno dobiš
  - \_Več pojšeš, več tehtaš

2

---

---

---

---

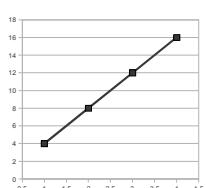
---

---

## FUNKCIJSKA IN STATISTIČNA POVEZANOST POJAVOV

- **FUNKCIJSKA (linearna) POVEZANOST:**
- Dlje časa hodiš, dlje prideš
  - Če hodimo s hitrostjo 4 km/uro pridemo:

URE	KILOMETRI
1	4
2	8
3	12
4	16



3

---

---

---

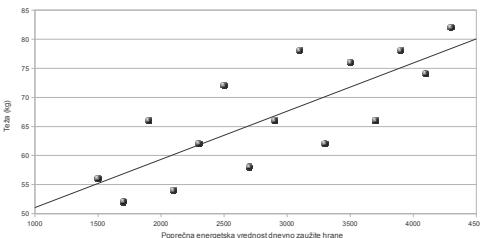
---

---

---

## FUNKCIJSKA IN STATISTIČNA POVEZANOST POJAVOV

- **STATISTIČNA (linearna) POVEZANOST:**
- Več ješ, več tehtas



4

---

---

---

---

---

---

---

## P O J M I

- **KOVARIANCA** (skupno variranje) - **skupne razlike**:  
– podobnost odklonov dveh spremenljivk od povprečja.
- **REGRESIJA – napovedovanje** ene spremenljivke na podlagi druge:  
– Kakšno vrednost odvisne spremenljivke pričakujemo, če poznamo vrednost neodvisne spremenljivke.
- **KORELACIJA – moč povezave** med spremenljivkama:  
– Kako podobni sta si dve spremenljivki.

5

---

---

---

---

---

---

---

## KOVARIANCA

- skupne razlike
- Ugotavljanje **podobnosti odklonov** od povprečja med dvema spremenljivkama.

$$C_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$$

6

---

---

---

---

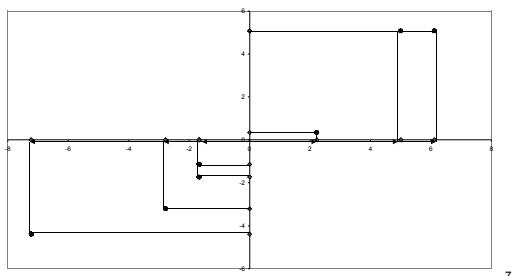
---

---

---

## KOVARIANCA

Odkloni



---

---

---

---

---

---

---

---

## REGRESIJA

### NAPOVEDOVANJE

- Kakšno vrednost **odvisne** spremenljivke lahko **pričakujemo**, če **poznamo** vrednost **neodvisne** spremenljivke.
- Odnosi, ki jih ugotavljamo z regresijsko analizo:

“Večji, ko je x, večji je y”,  
ali

“Večji, ko je x, manjši je y”

8

---

---

---

---

---

---

---

---

## REGRESIJA

### Regresijska premica:

Premica, od katere so točke skupno najmanj oddaljene

$$y = a + b \times x + e$$

$$y' = \bar{y} + b(x - \bar{x})$$

9

---

---

---

---

---

---

---

---

## REGRESIJA

### Regresijski koeficient:

Kazalec strmine premice

$$b = \frac{C_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$

Regresijski koeficienti so le delno standardizirani  
Povedo nam, koliko **se spreminja odvisna** spremenljivka,  
**če se neodvisna** spremenljivka **spremeni za eno enoto**

10

---

---

---

---

---

---

---

---

## KORELACIJA

- Povezanost med dvema spremenljivkama (korrelacija: „skupna usmerjenost“)
  - Kako **podobni** sta si med sabo dve spremenljivki
  - Dokončna standardizacija kovariance (od -1 do 1)
  - Kosinus kota med regresijskima premicama

$$r = \sqrt{b_x b_y} = \sqrt{\frac{C_{xy} C_{yy}}{\sigma_x^2 \sigma_y^2}} = \frac{C_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \sum (y - \bar{y})^2}}$$

11

---

---

---

---

---

---

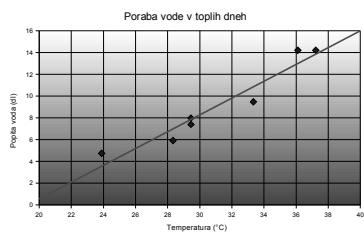
---

---

## REGRESIJA

### PRIMER: Koliko pijače rabimo za žur?

Temperatura (°C)	Popita voda (dl)
37	14
29	8
36	14
24	5
33	9
29	7
28	6



12

---

---

---

---

---

---

---

---

## REGRESIJA: izračun

	Temperatura $t$ (°C)	Popita voda v (dl)	$t - \bar{t}$	$y - \bar{y}$	$(t - \bar{t})^2$	$(y - \bar{y})^2$	$(t - \bar{t})^2 \cdot (y - \bar{y})^2$
	37	14	6,11	5,07	37,35	25,70	30,98
	29	8	-1,67	-1,14	2,78	1,30	1,90
	36	14	5,00	5,07	25,00	25,70	25,35
	24	5	-7,22	-4,39	52,16	19,31	31,73
	33	9	2,22	0,34	4,94	0,11	0,75
	29	7	-1,67	-1,73	2,78	3,00	2,89
	28	6	-2,78	-3,21	7,72	10,31	8,92
Suma	218	64	0	0	133	85	103
Aritm.sred	31,11	9,13					13

## REGRESIJA: izračun

$$b = \frac{C_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2} = \frac{103}{133} = 0,77$$

$$y' = \bar{y} + b(x - \bar{x}) = 9,13 + 0,77(x - 33,11)$$

14

## KORELACIJSKI KOEFICIENT: izračun

$$r = \frac{C_{xy}}{\sqrt{\sigma_x^2 \cdot \sigma_y^2}} = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot \sum (y - \bar{y})^2}}$$

$$r = \frac{103}{\sqrt{133 \cdot 85}} = \frac{103}{\sqrt{11305}} = 0,97$$

15