

## IZPIT IZ MATEMATIKE I

1. Poiščite vse kompleksne rešitve enačbe

$$z(z+4) = |z+2| - 16.$$

2. Z matematično indukcijo pokažite, da za vsako naravno število  $n$  velja

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{arctg} \frac{1}{2k^2} = \operatorname{arctg} \frac{n}{n+1}.$$

*Navodilo.* Uporabite enakost  $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = \operatorname{arctg}[(x+y)/(1-xy)]$ ,  
kjer je  $xy < 1$ .

3. Z uporabo trikotniške neenakosti pokažite, da je za poljubno četverico vektorjev

$$2|A-C| \leq |A-B| + |B-C| + |C-D| + |D-A|$$

in na osnovi tega izpeljite neenakost

$$|A-C| + |B-D| \leq |A-B| + |B-C| + |C-D| + |D-A|.$$

4. Izračunajte limiti

a.)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x^2 e^x)^{\frac{1}{1-\cos x}}$

b.)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-1})$ .