

TEHNIŠKA MATEMATIKA

Naloge za 4. kolokvij

Fakulteta za strojništvo

Rešite LDE 1. reda:

1. $y' + 2xy = xe^{-2x^2}$, $y(0) = 1$
2. $y' - 4y = \cos 2x$, $y(0) = 2$ Nasvet: $y_1 = A \cos 2x + B \sin 2x$
3. $\dot{x} + \frac{2}{t}x = t^3$, $x(1) = -1$
4. $t\dot{x} + x = \ln t$, $x(1) = 3$ Nasvet: uredi DE
5. $\dot{x} - \cos t x = -3 \cos t$, $x(0) = 1$

Rešite LDE 2. reda:

6. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}$, $y(1) = 2, y'(1) = 0$
7. $y'' + y = \tan x$, $y(0) = y'(0) = 0$
8. $y'' - 2y' - 3y = e^{2x}$, $y(0) = 2, y'(0) = 0$
9. $y'' + y' = e^{2x} \cos x$, $y(0) = 2, y'(0) = 1$ Nasvet: $y_1 = e^{2x}(A \sin x + B \cos x)$
10. $y'' - 2y' + 3y = x^3 - 2x^2 + 5x + 1$, $y(0) = 3, y'(0) = 0$ Nasvet: $y_1 = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$
11. $y'' - 4y' + 4y = \sin 3x$, $y(0) = 1, y'(0) = -1$ Nasvet: $y_1 = A \sin 3x + B \cos 3x$

Rešite še naslednje DE:

12. $y' = \frac{y^2}{x}$, $y(1) = 5$ Nasvet: ločite spremenljivki
13. $y' = \frac{y}{x}(1 + \sqrt{\frac{y}{x}})$, $y(1) = 2$ Nasvet: $z = \frac{y}{x}$
14. $y' = (2 + 5y)y$, $y(0) = 1$ Nasvet: ločite spremenljivki

Z Gaussovim pravilom rešite sisteme:

15.

$$\begin{aligned}2x + 3y + 5z &= 10 \\3x + 7y + 4z &= 3 \\x + 2y + 2z &= 3\end{aligned}$$

16.

$$\begin{aligned}x - y - 2z &= 1 \\2x + 3y - z &= 4 \\8x + 7y - 7z &= 14\end{aligned}$$

17.

$$\begin{aligned}3x - y + z &= 1 \\2x + y - z &= 1 \\4x - 3y + 3z &= 3\end{aligned}$$

18. Določite λ , da bo sistem rešljiv in ga v tem primeru rešite

$$\begin{aligned}3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 &= 3 \\6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 &= 7 \\9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 &= \lambda\end{aligned}$$

19. Določite λ , da bo sistem rešljiv in ga v tem primeru rešite

$$\begin{aligned}x + y + z - t &= 2 \\x + y - z + t &= 2 \\3x + y + z + t &= \lambda \\x - y + z + t &= 2\end{aligned}$$

20. S Cramerjevim pravilom obravnavajte in rešite sistem glede na parametra a in b

$$\begin{aligned}ax + y + z &= 4 \\x + by + z &= 3 \\x + 2by + z &= 4\end{aligned}$$

21. S Cramerjevim pravilom obravnavajte in rešite sistem glede na parameter a

$$\begin{aligned}2ax - 23y + 29z &= 4 \\7x + ay + 4z &= 7 \\5x + 2y + az &= 5\end{aligned}$$

22. S Cramerjevim pravilom izračunajte x_4 iz sistema

$$\begin{aligned}2x_1 + 5x_2 - x_3 + 3x_4 &= 1 \\7x_1 + 8x_2 + 3x_3 - 5x_4 &= -1 \\3x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4 &= 3 \\11x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 &= 0\end{aligned}$$

23. Za $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$ ter $B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ izračunajte AB , BA in $(\frac{A+B}{2})^2$
24. Naj bo $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$. Izračunajte A^{50} . Nasvet: izračunajte A^2 , A^3 , A^4 . Kaj opazite?
25. Naj bo $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$. Izračunajte A^{-1} .
26. Naj bo $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$. Izračunajte A^{-1} .
27. Rešite enačbe (a) $AX = B$; (b) $XA = B$; (c) $AXB = I$; (d) $BXA = I$, (e) $2X - AX = B + 3BX$, če je $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ in $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 4 & -6 \end{bmatrix}$
28. Izračunajte ranga matrik

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & -2 & 4 \\ 4 & -2 & 5 & 1 & 7 \\ 2 & -1 & 1 & 8 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 6 & 2 & -10 \end{bmatrix}$$

29. Naj bo $A = \begin{bmatrix} 11 & 7 \\ 14 & 18 \end{bmatrix}$ Določite matriko $B = \begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix}$ za katero velja $B^2 = A$.
30. Poiščite lastne vrednosti in lastne vektorje matrik

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 9 & -46 & -30 \\ -1 & 6 & 3 \\ 4 & -22 & -13 \end{bmatrix}$$