

Predoločeni in nedoločeni sistemi linearnih enačb

8. VAJA

8.1 Nedoločeni sistemi linearnih enačb

$$2x_1 + 3x_2 - 8x_3 + 4x_4 - 42x_6 = 16$$

$$-2x_1 - 11x_2 + 18x_3 - 2x_4 - 11x_5 + 8x_6 = -133$$

$$2x_1 + 3x_2 - 8x_3 + 4x_4 + 10x_5 + 8x_6 = 66$$

Reši zgornji nedoločeni sistem enačb z uporabo funkcij v Matlabu:

-rref funkcija

-operator \

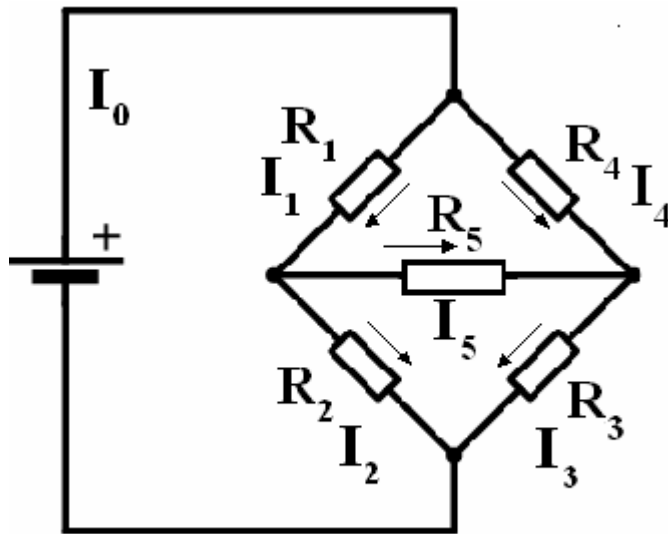
-QR razcep

8.1 Nedoločeni sistemi linearnih enačb

```
Editor - C:\VAJENM~1\NUMERI~1\nm\VAJA10~1\NEDOLO~1.M
File Edit Text Desktop Window Help
1  clc;clear all
2
3  A=[ 2 3 -8 4 0 -42;-2 -11 18 -2 -11 8;2 3 -8 4 10 8]
4  b=[16 -103 66]'
5  N=null(A)
6  e1=N(:,1)
7  e2=N(:,2)
8  e3=N(:,3)
9  t=rand(1,3)
10
11 [R,v]=rref([A,b])%uporaba funkcije rref
12 xa=zeros(1,length(A))
13 for i=1:length(v)
14     xa(v(i))=R(i,length(R))
15 end
16 xa=xa'+t(1)*e1+t(2)*e2+t(3)*e3
17 ost=A*xa-b %kontrola splošne rešitve rref
18
19 xp=A\b %uporaba operatorja \
20 xc=xp+t(1)*e1+t(2)*e2+t(3)*e3
21 ost=A*xc-b %kontrola splošne rešitve \
22
23 [Q,R,P]=qr(A) %s qr algoritmom
24 XP=P*(R\ (Q'*b))
25 NN=null(A)
26 xd=XP+t(1)*NN(:,1)+t(2)*NN(:,2)+t(3)*NN(:,3)
27 ost=A*xd-b %kontrola splošne rešitve QR
28
script Ln 27 Col 41 OVR
```

8.2 Predoločeni sistemi linearnih enačb

Podani so upori in tok I_0 v Wheatstonovem mostičku. Izračunajte tokove v posameznih vejah, za katere veljajo sledeče enačbe. Sistem je navidezno predoločen (zadostuje pet enačb). Pri računanju uporabljamo Kirchhoffove zakone (vsota tokov, ki priteka v vozlišče je enaka vsoti tokov, ki odteka iz vozlišča, vsota padcev napetosti po zaključenih zankah brez gonilne napetosti je enaka nič).



$$I_1 + I_4 = I_0$$

$$I_2 + I_3 = I_0$$

$$I_3 - I_4 - I_5 = 0$$

$$I_1 - I_2 - I_5 = 0$$

$$R_1 I_1 - R_4 I_4 - R_5 I_5 = 0$$

$$R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_5 I_5 = 0$$

$$R_1 I_1 + R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_4 I_4 = 0$$

Primer: $R_1=R_4=1$; $R_2=R_3=2$; $R_5=1$, $I_0=1$ sledi tok $I_5=0$
(upornost je podana v Ohmih in tok v Amperih).

8.2 Predoločen sistem linearnih enačb

```
Editor - C:\VAJENM~1\NUMERI~1\nmWAJA10~1\vaja8_5.m*
File Edit Text Desktop Window Help
1 %Izračunavanje Wheatstonovega mostička
2 clc;
3 clear all;
4 for k=1:5
5     s=int2str(k); %prepiše število v niz
6     niz=['Vnesi upor R ',s,' v [Ohm] ']; % sestavi niz
7     R(k)=input(niz);
8 end
9 IO=input('Vnesi napajalni tok IO v [A] ');
10 %koeficienti sistema linearnih enačb
11 A=[1,0,0,1,0
12     0,1,1,0,0
13     0,0,1,-1,-1
14     1,-1,0,0,-1
15     R(1),0,0,-R(4),R(5)
16     0,R(2),-R(3),0,-R(5)
17     R(1),R(2),-R(3),-R(4),0]
18
19 D=[IO,IO,0,0,0,0,0]
20 D=D';
21 disp('Rešitve sistema enačb so tokovi v vejah Wheatstonovega mostička [A]')
22 %Več načinov reševanja predoločenega sistema linearnih enačb
23 x1=A\D; %Operator \
24 x2=inv(A'*A)*A'*D; %Uporaba inverzne matrice
25 x3=(A'*A)\(A'*D); %Razširjena operacija \
26 x4=pinv(A)*D; %Pseudoinverzna matrika
27 disp('Veja      A\D      inv(A'*A)*A'*D      (A'*A)\(A'*D)      pinv(A)*D')
28 for i=1:length(x1)
29     fprintf('%2i      %+6.5f      %+6.5f      %+6.5f      %+6.5f \n',i,x1(i),x2(i),x3(i),x4(i))
30 end
script Ln 30 Col 4 OVR
```

8.3 Reši predoločen sistem linearnih enačb

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \\ -1 & 8 & -3 \end{bmatrix}; \quad b = \begin{Bmatrix} 2 \\ 6 \\ -4 \\ 3 \end{Bmatrix};$$

8.4 Računaje števila pogojenosti

Izračunaj število pogojenosti Hilbertove matrike

$$\mathbf{H}_7 = \begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} \end{bmatrix}$$

Reši sistem $\mathbf{H}_7 \mathbf{x} = \mathbf{b}$ pri enojni in dvojni natančnosti.

Izračunaj število pogojenosti:

$$\text{cond}(\mathbf{H}_7) = \|\mathbf{H}_7\| \|\mathbf{H}_7^{-1}\|$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 & \frac{1479}{280} & \frac{5471}{1260} & \frac{3119}{840} & \frac{22549}{6930} & \frac{16081}{5544} & \frac{157309}{60060} \end{bmatrix}$$

* primer si oglej v knjigi J.Petrišič: Reševanje enačb.

8.4 Računanje števila pogojenosti

```
Editor - C:\vaje NM IR\numerične\nm\vaja 10\hilb1.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
1 - clc
2 - clear all
3 - disp 'Pimer računanja pogojenosti Hilbertove matrike'; disp ' '
4 - disp 'Hilbertova matrika z enojno natančnostjo'
5 - H=[1/1 1/2 1/3 1/4 1/5 1/6 1/7
6     1/2 1/3 1/4 1/5 1/6 1/7 1/8
7     1/3 1/4 1/5 1/6 1/7 1/8 1/9
8     1/4 1/5 1/6 1/7 1/8 1/9 1/10
9     1/5 1/6 1/7 1/8 1/9 1/10 1/11
10    1/6 1/7 1/8 1/9 1/10 1/11 1/12
11    1/7 1/8 1/9 1/10 1/11 1/12 1/13];
12 - HH=single(H)
13 - disp 'Desna stran z enojno natančnostjo'
14 - b=[7, 1479/280, 5471/1260, 3119/840, 22549/6930, 16081/5544, 157309/60060];
15 - bb=single(b)
16 - disp 'Netočno izračunan sistem'
17 - HH\bb'
18 - disp ' '; disp 'Hilbertova matrika z dvojno natančnostjo'
19 - H
20 - disp 'Desna stran z dvojno natančnostjo'
21 - b
22 - disp 'Rezultat'
23 - H\b'
24 - format long
25 - disp 'Računanje norme matrike H in norme inverzne matrike H'
26 - disp 'Produkt obeh norm nam da število pogojenosti'
27 - norm(H,1)*norm(inv(H),1)
28 - disp 'Število pogojenosti dobljeno z ukazom cond'
29 - cond(H,1)
script Ln 28 Col 49 OVR
```

Izračun števila pogojenosti
Hilbertove matrike

Rezultat - število pogojenosti je
 $9.8 \cdot 10^8$

Število pogojenosti je veliko –
sistem je slabo pogojen