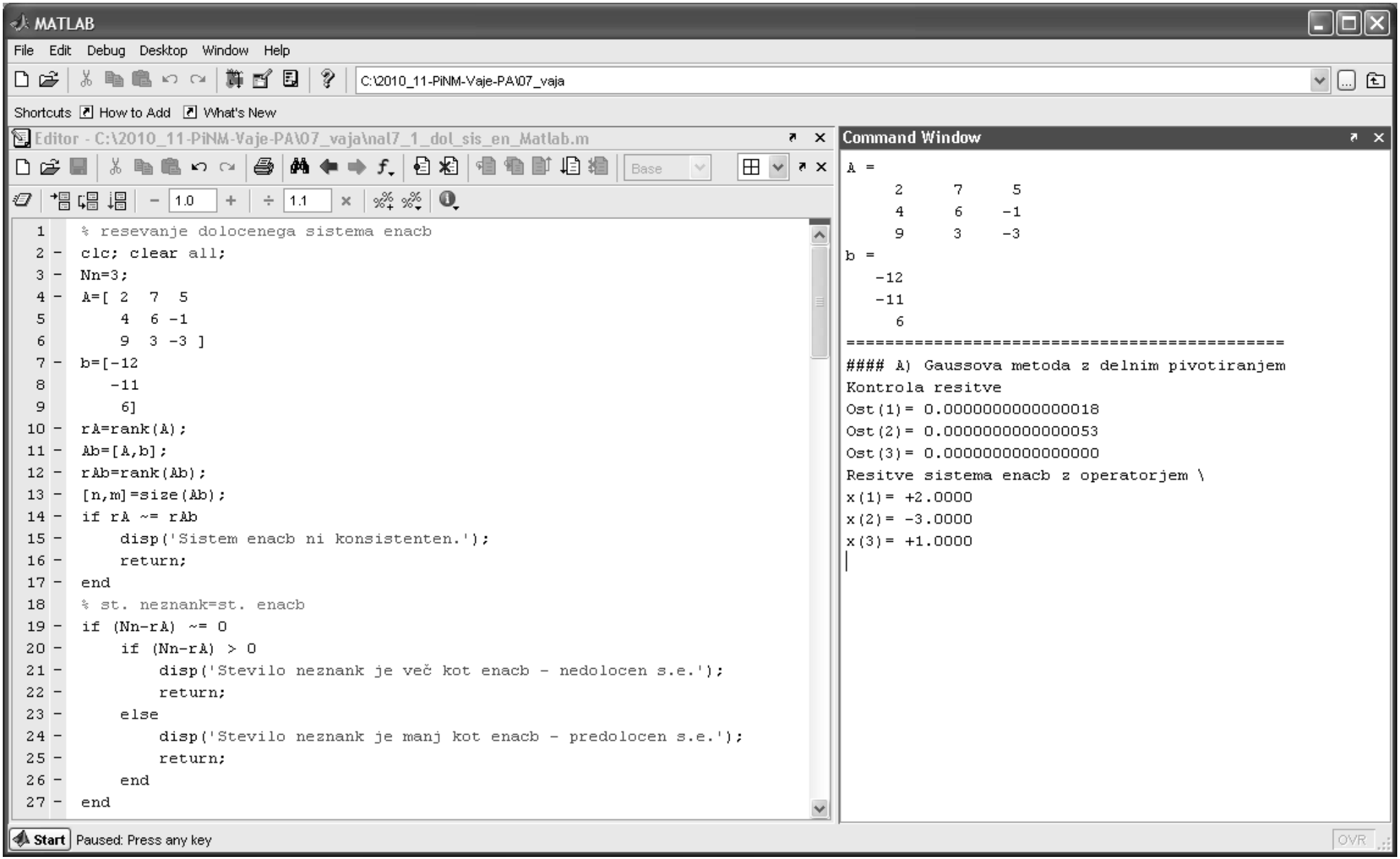
## 7-1. naloga: rešite podani sistem enačb z Matlab-ovimi funkcijami

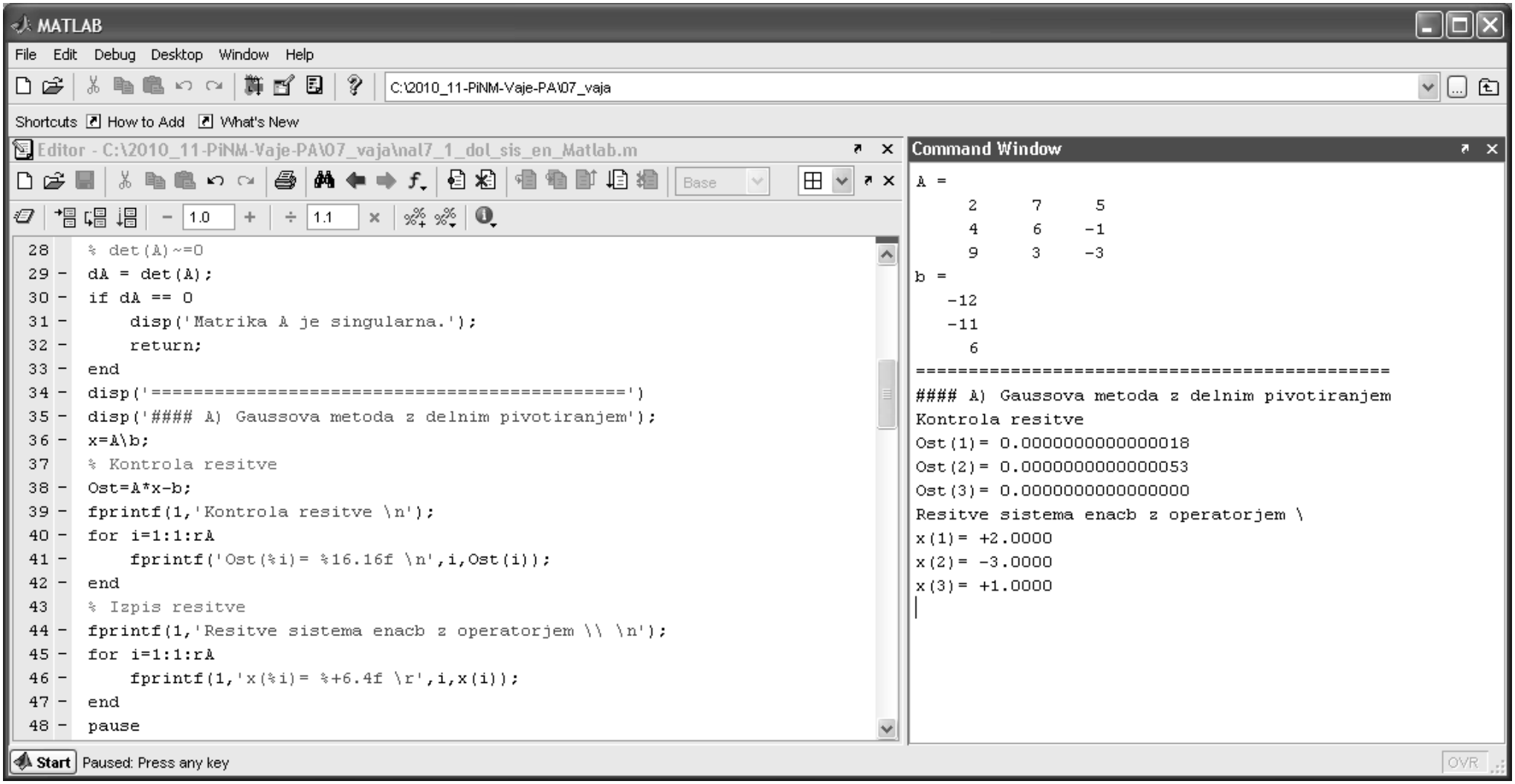
$$
\begin{aligned}
2x_1 + 7x_2 + 5x_3 &= -12 \\
4x_1 + 6x_2 - x_3 &= -11 \\
9x_1 + 3x_2 - 3x_3 &= 6
\end{aligned}
$$

- podani sistem enačb rešite z uporabo:
  - A) operatorja "\"
  - B) funkcije *linsolve*
  - C) funkcije *qr*
  - D) funkcije *lu*
  - E) funkcije *rref*
  - F) funkcije *cgs*

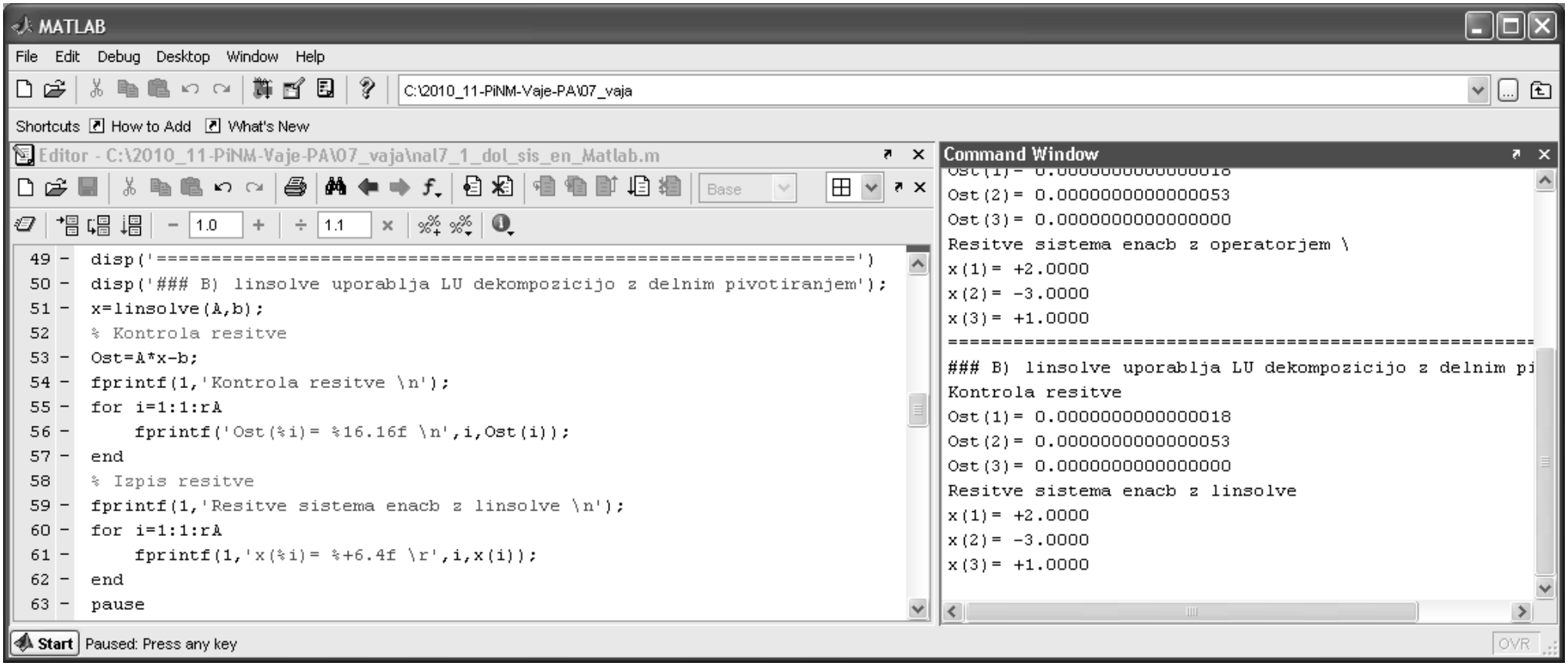
# 7-1


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_1_dol_sis_en_Matlab.m
% resevanje dolocenega sistema enacb
clc; clear all;
Nn=3;
A=[ 2 7 5
4 6 -1
9 3 -3 ]
b=[-12
-11
6]
rA=rank(A);
Ab=[A,b];
rAb=rank(Ab);
[n,m]=size(Ab);
if rA ~= rAb
disp('Sistem enacb ni konsistenten.');
return;
end
% st. neznank=st. enacb
if (Nn-rA) ~= 0
if (Nn-rA) > 0
disp('Stevilo neznank je več kot enacb - nedolocen s.e.');
return;
else
disp('Stevilo neznank je manj kot enacb - predolocen s.e.');
return;
end
end
Command Window
A =
2 7 5
4 6 -1
9 3 -3
b =
-12
-11
6
==========
#### A) Gaussova metoda z delnim pivotiranjem
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000000018
Ost(2)= 0.0000000000000053
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb z operatorjem \
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
Start
Paused: Press any key
OVR

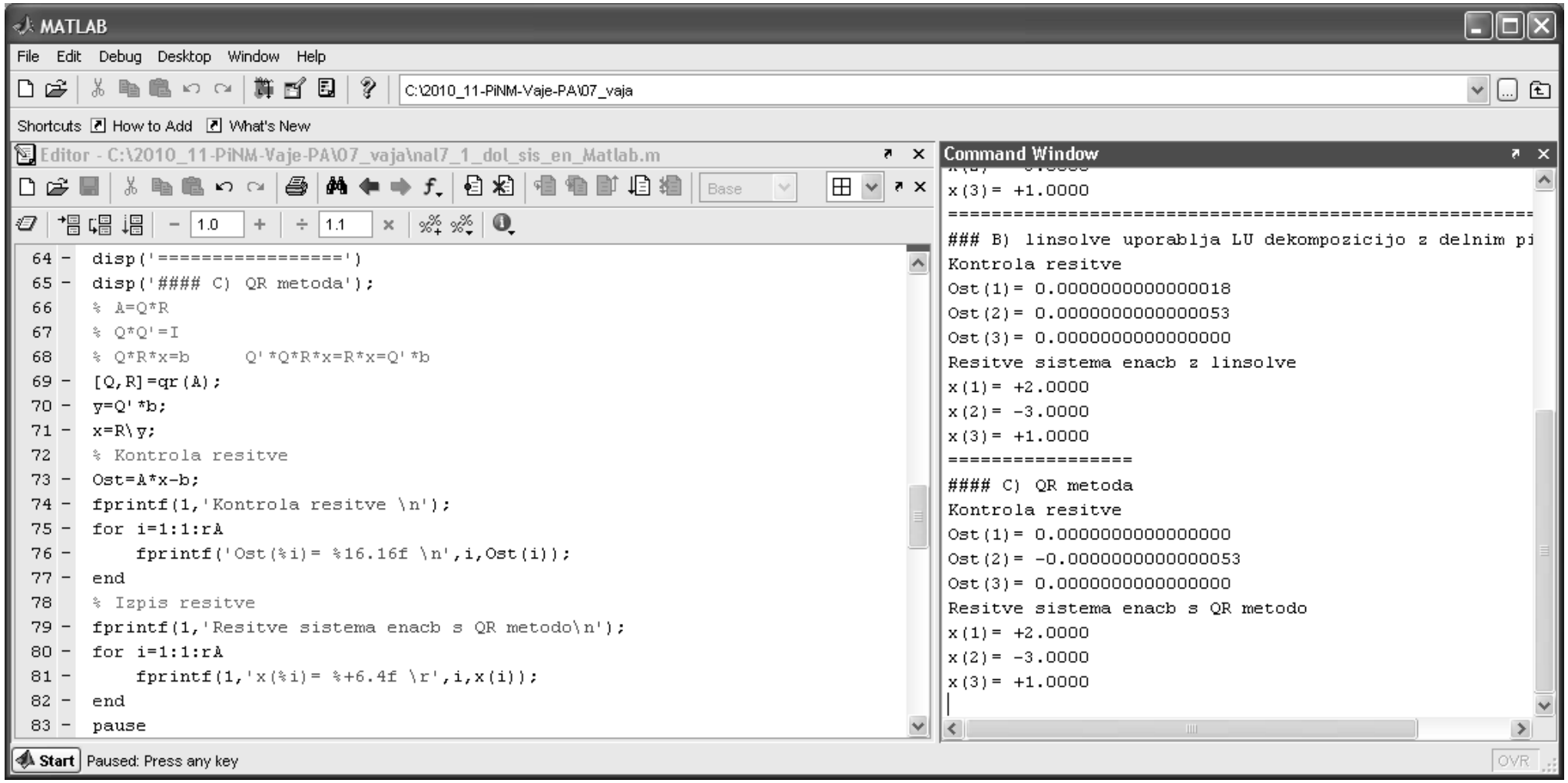
# 7-1-A


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_1_dol_sis_en_Matlab.m
Base
1.0
1.1
28 % det(A)~=0
29 - dA = det(A);
30 - if dA == 0
31 - disp('Matrika A je singularna.');
32 - return;
33 - end
34 - disp('================================================')
35 - disp('#### A) Gaussova metoda z delnim pivotiranjem');
36 - x=A\b;
37 % Kontrola resitve
38 - Ost=A*x-b;
39 - fprintf(1,'Kontrola resitve \n');
40 - for i=1:1:rA
41 - fprintf('Ost(%i)= %16.16f \n',i,Ost(i));
42 - end
43 % Izpis resitve
44 - fprintf(1,'Resitve sistema enacb z operatorjem \\ \n');
45 - for i=1:1:rA
46 - fprintf(1,'x(%i)= %+6.4f \r',i,x(i));
47 - end
48 - pause
Command Window
A =
2 7 5
4 6 -1
9 3 -3
b =
-12
-11
6
================================================
#### A) Gaussova metoda z delnim pivotiranjem
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000000018
Ost(2)= 0.0000000000000053
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb z operatorjem \
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
Start
Paused: Press any key
OVR

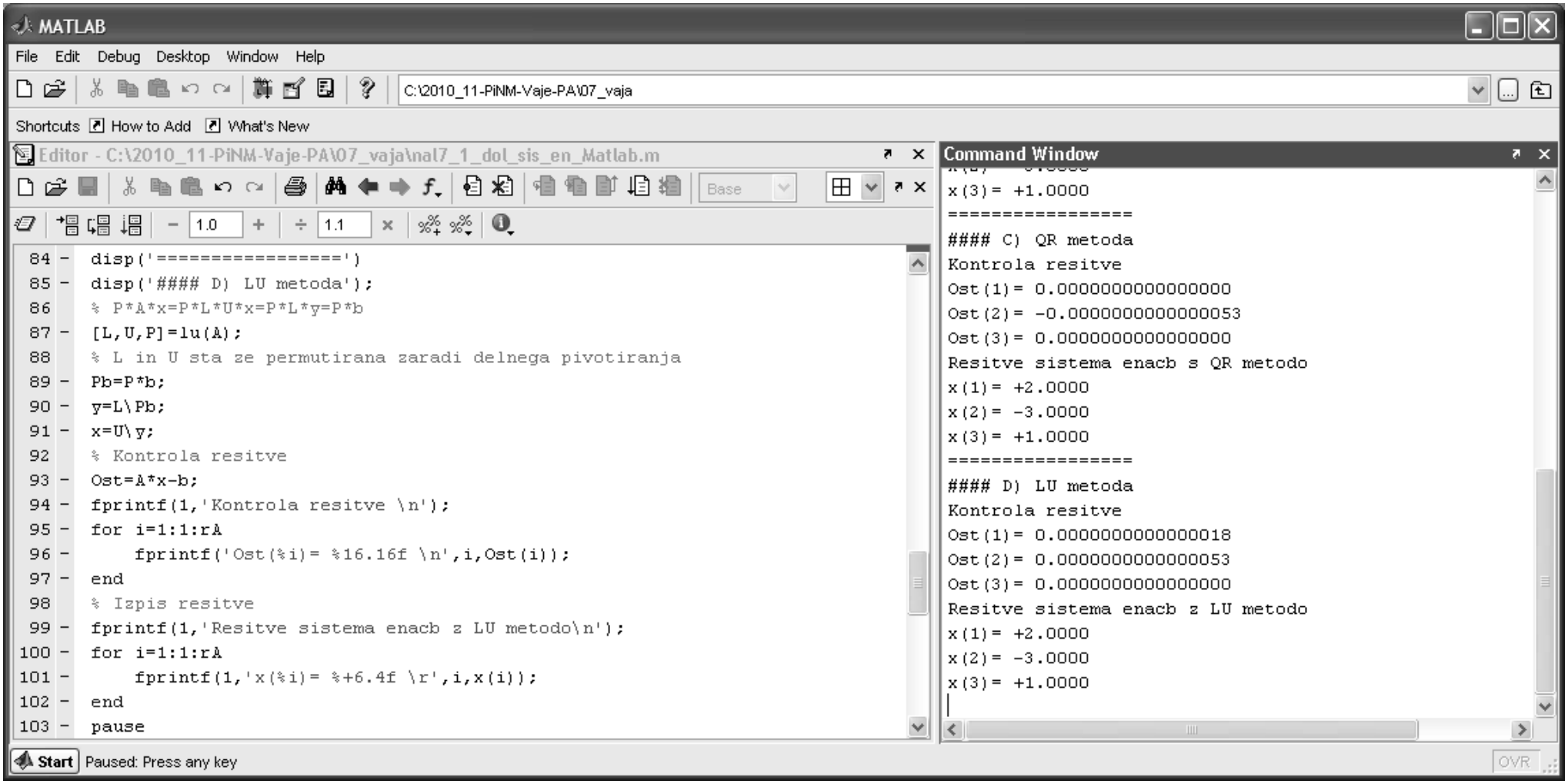
# 7-1-B


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_1_dol_sis_en_Matlab.m
Base
1.0
1.1
49 - disp('==========')
50 - disp('### B) linsolve uporablja LU dekompozicijo z delnim pivotiranjem');
51 - x=linsolve(A,b);
52 % Kontrola resitve
53 - Ost=A*x-b;
54 - fprintf(1,'Kontrola resitve \n');
55 - for i=1:1:rA
56 - fprintf('Ost(%i)= %16.16f \n',i,Ost(i));
57 - end
58 % Izpis resitve
59 - fprintf(1,'Resitve sistema enacb z linsolve \n');
60 - for i=1:1:rA
61 - fprintf(1,'x(%i)= %+6.4f \r',i,x(i));
62 - end
63 - pause
Command Window
Ost(2)= 0.0000000000000053
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb z operatorjem \
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
==========
### B) linsolve uporablja LU dekompozicijo z delnim pi
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000000018
Ost(2)= 0.0000000000000053
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb z linsolve
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
Start
Paused: Press any key
OVR

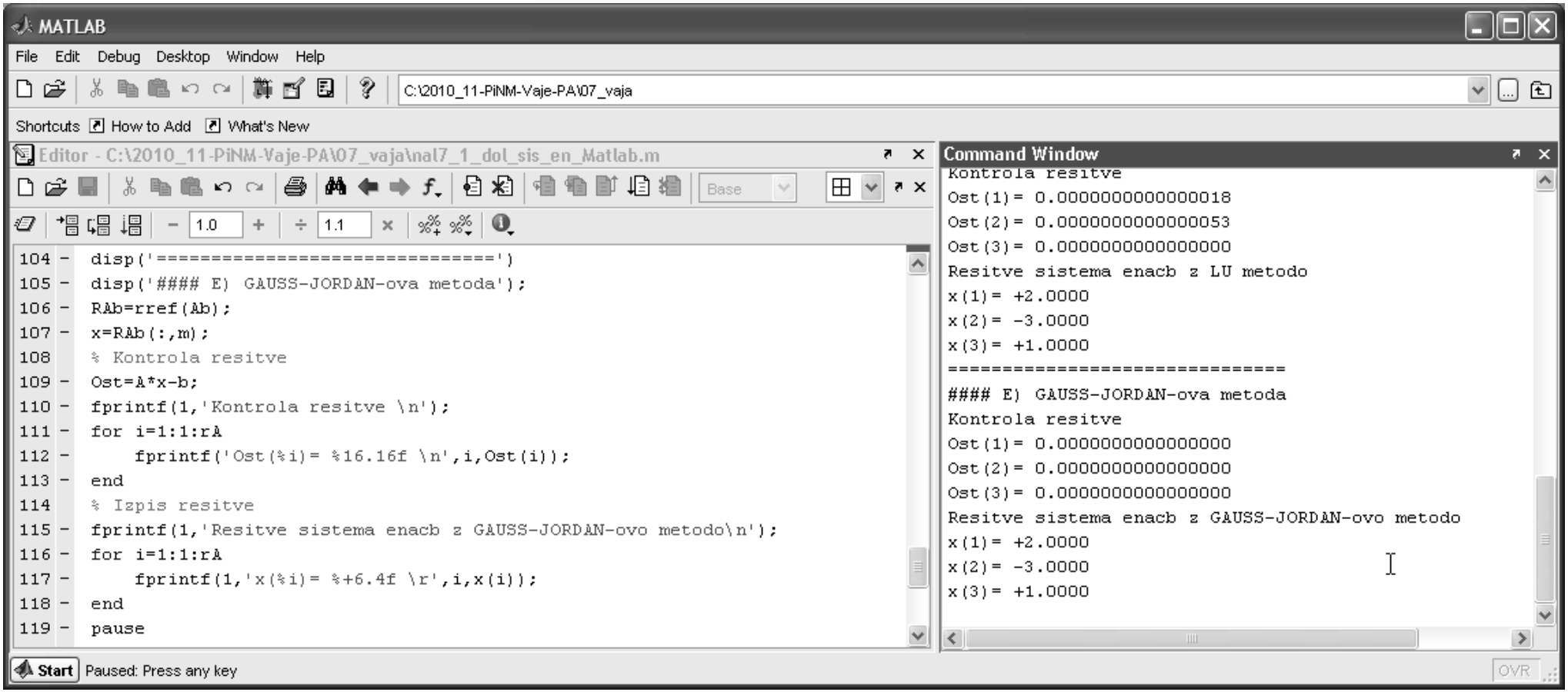
# 7-1-C


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_1_dol_sis_en_Matlab.m
64 - disp('=================')
65 - disp('#### C) QR metoda');
66 % A=Q*R
67 % Q*Q'=I
68 % Q*R*x=b Q'*Q*R*x=R*x=Q'*b
69 - [Q,R]=qr(A);
70 - y=Q'*b;
71 - x=R\y;
72 % Kontrola resitve
73 - Ost=A*x-b;
74 - fprintf(1,'Kontrola resitve \n');
75 - for i=1:1:rA
76 - fprintf('Ost(%i)= %16.16f \n',i,Ost(i));
77 - end
78 % Izpis resitve
79 - fprintf(1,'Resitve sistema enacb s QR metodo\n');
80 - for i=1:1:rA
81 - fprintf(1,'x(%i)= %+6.4f \r',i,x(i));
82 - end
83 - pause
Command Window
x(3)= +1.0000
### B) linsolve uporablja LU dekompozicijo z delnim pi
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000000018
Ost(2)= 0.0000000000000053
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb z linsolve
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
#### C) QR metoda
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000000000
Ost(2)= -0.0000000000000053
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb s QR metodo
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
Start Paused: Press any key
OVR

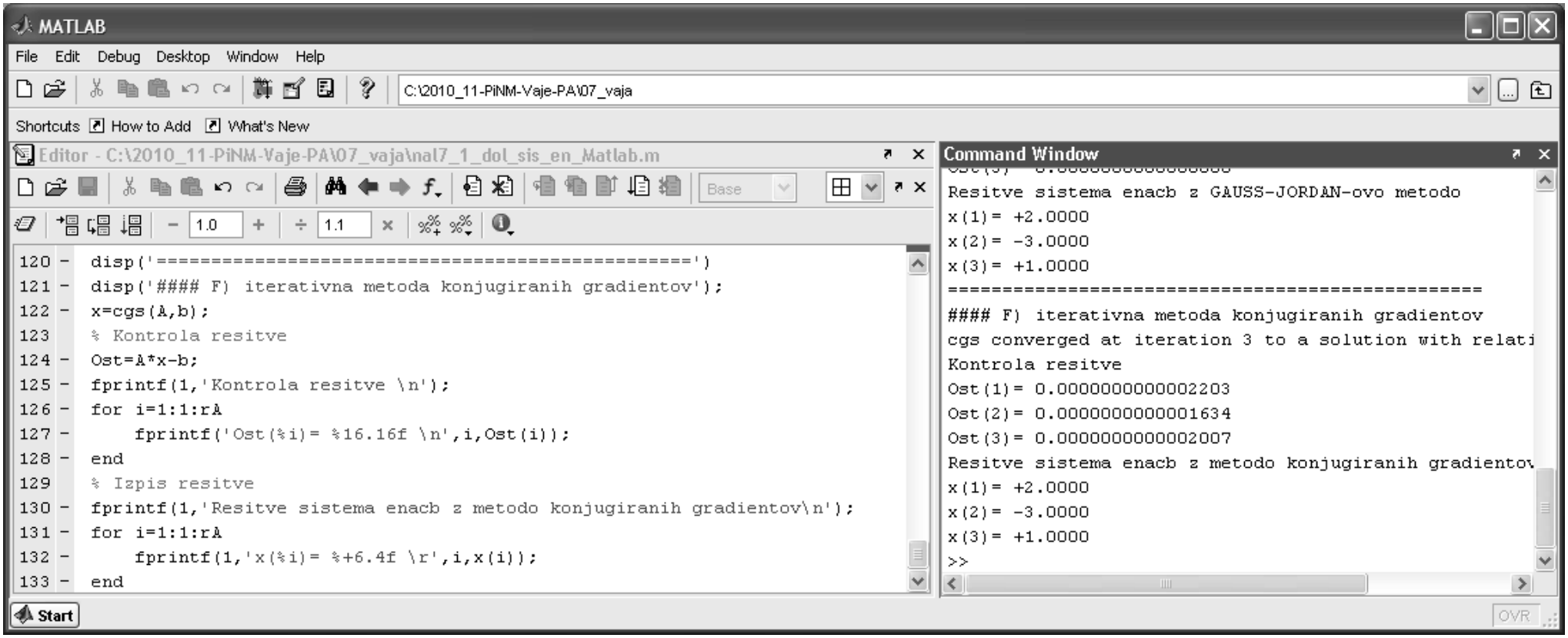
# 7-1-D


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_1_dol_sis_en_Matlab.m
Base
1.0
1.1
84 - disp('=================')
85 - disp('#### D) LU metoda');
86 % P*A*x=P*L*U*x=P*L*y=P*b
87 - [L,U,P]=lu(A);
88 % L in U sta ze permutirana zaradi delnega pivotiranja
89 - Pb=P*b;
90 - y=L\Pb;
91 - x=U\y;
92 % Kontrola resitve
93 - Ost=A*x-b;
94 - fprintf(1,'Kontrola resitve \n');
95 - for i=1:1:rA
96 - fprintf('Ost(%i)= %16.16f \n',i,Ost(i));
97 - end
98 % Izpis resitve
99 - fprintf(1,'Resitve sistema enacb z LU metodo\n');
100 - for i=1:1:rA
101 - fprintf(1,'x(%i)= %+6.4f \r',i,x(i));
102 - end
103 - pause
Command Window
x(3)= +1.0000
=================
#### C) QR metoda
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000000000
Ost(2)= -0.0000000000000053
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb s QR metodo
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
=================
#### D) LU metoda
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000000018
Ost(2)= 0.0000000000000053
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb z LU metodo
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
Start
Paused: Press any key
OVR

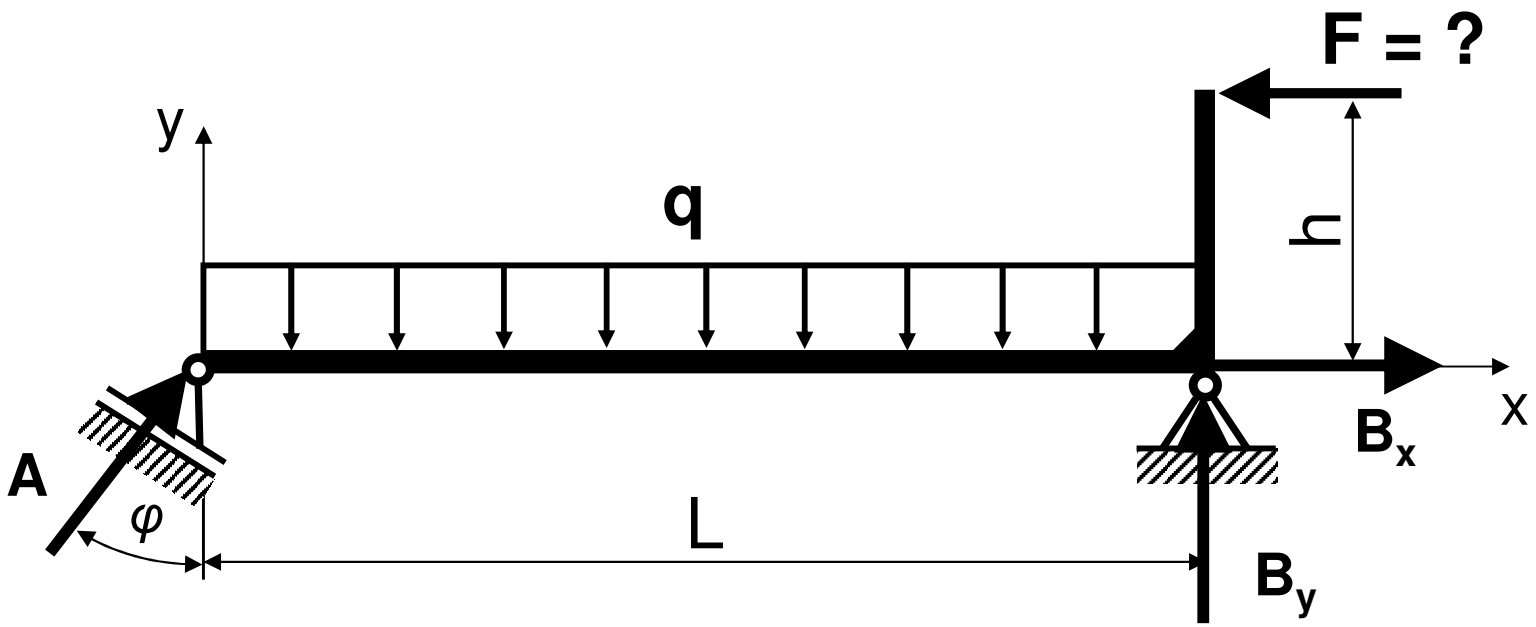
# 7-1-E


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_1_dol_sis_en_Matlab.m
104 - disp('================================')
105 - disp('#### E) GAUSS-JORDAN-ova metoda');
106 - RAb=rref(Ab);
107 - x=RAb(:,m);
108 % Kontrola resitve
109 - Ost=A*x-b;
110 - fprintf(1,'Kontrola resitve \n');
111 - for i=1:1:rA
112 - fprintf('Ost(%i)= %16.16f \n',i,Ost(i));
113 - end
114 % Izpis resitve
115 - fprintf(1,'Resitve sistema enacb z GAUSS-JORDAN-ovo metodo\n');
116 - for i=1:1:rA
117 - fprintf(1,'x(%i)= %+6.4f \r',i,x(i));
118 - end
119 - pause
Command Window
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000000018
Ost(2)= 0.0000000000000053
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb z LU metodo
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
================================
#### E) GAUSS-JORDAN-ova metoda
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000000000
Ost(2)= 0.0000000000000000
Ost(3)= 0.0000000000000000
Resitve sistema enacb z GAUSS-JORDAN-ovo metodo
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
Start
Paused: Press any key
OVR

7-1-F


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_1_dol_sis_en_Matlab.m
120 - disp('================================================')
121 - disp('#### F) iterativna metoda konjugiranih gradientov');
122 - x=cgs(A,b);
123 % Kontrola resitve
124 - Ost=A*x-b;
125 - fprintf(1,'Kontrola resitve \n');
126 - for i=1:1:rA
127 - fprintf('Ost(%i)= %16.16f \n',i,Ost(i));
128 - end
129 % Izpis resitve
130 - fprintf(1,'Resitve sistema enacb z metodo konjugiranih gradientov\n');
131 - for i=1:1:rA
132 - fprintf(1,'x(%i)= %+6.4f \r',i,x(i));
133 - end
Command Window
Resitve sistema enacb z GAUSS-JORDAN-ovo metodo
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
================================================
#### F) iterativna metoda konjugiranih gradientov
cgs converged at iteration 3 to a solution with relati
Kontrola resitve
Ost(1)= 0.0000000000002203
Ost(2)= 0.0000000000001634
Ost(3)= 0.0000000000002007
Resitve sistema enacb z metodo konjugiranih gradientov
x(1)= +2.0000
x(2)= -3.0000
x(3)= +1.0000
>>
Start
OVR

## 7-2. naloga: izračunajte odvisnost reakcij v podporah nosilca od poljubne sile F




$$\text{"}R_x\text{"}: \quad A\,\sin(\varphi) + B_x - F = 0$$

$$\text{"}R_y\text{"}: \quad A\,\cos(\varphi) + B_y - qL = 0$$

$$\text{"}M_z\text{"}: \quad B_y L + Fh - qL\frac{L}{2} = 0$$

L = 4.0m
h = 1.5m
$\varphi$ = 30°
q = 3 kN/m
**F = ? kN**

## 7-2. naloga: izračunajte odvisnost reakcij v podporah nosilca od poljubne sile F

- preurejen sistem enačb

$$A\,\sin(\varphi) + B_x - F = 0$$

$$A\,\cos(\varphi) + B_y = q\,L$$

$$B_y\,L + F\,h = q\,\frac{L^2}{2}$$

- matrični zapis sistema enačb

$$\begin{bmatrix} \sin(\varphi) & 1 & 0 & -1 \\ \cos(\varphi) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & L & h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B_x \\ B_y \\ F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ q\,L \\ q\,L^2/2 \end{Bmatrix}$$

$$[M]\{R\} = \{D\}$$

## 7-2. naloga: izračunajte odvisnost reakcij v podporah nosilca od poljubne sile F

- matrika [pM] je z vektorjem {D} razširjena matrika [M]

$$[\mathrm{pM}] = \begin{bmatrix} \sin(\varphi) & 1 & 0 & -1 & 0 \\ \cos(\varphi) & 0 & 1 & 0 & \mathrm{q\,L} \\ 0 & 0 & \mathrm{L} & \mathrm{h} & \mathrm{q\,L^2/2} \end{bmatrix}$$

- matrika [RM] je preurejena matrika [pM]

$$[\mathrm{RM}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\mathrm{h}/(\mathrm{L}\cos(\varphi)) & \mathrm{q\,L}/(2\cos(\varphi)) \\ 0 & 1 & 0 & (\mathrm{h}\tan(\varphi) - \mathrm{L})/\mathrm{L} & -\mathrm{q\,L}\tan(\varphi)/2 \\ 0 & 0 & 1 & \mathrm{h/L} & \mathrm{q\,L/2} \end{bmatrix}$$

## 7-2. naloga: izračunajte odvisnost reakcij v podporah nosilca od poljubne sile F

• rezultat reševanja

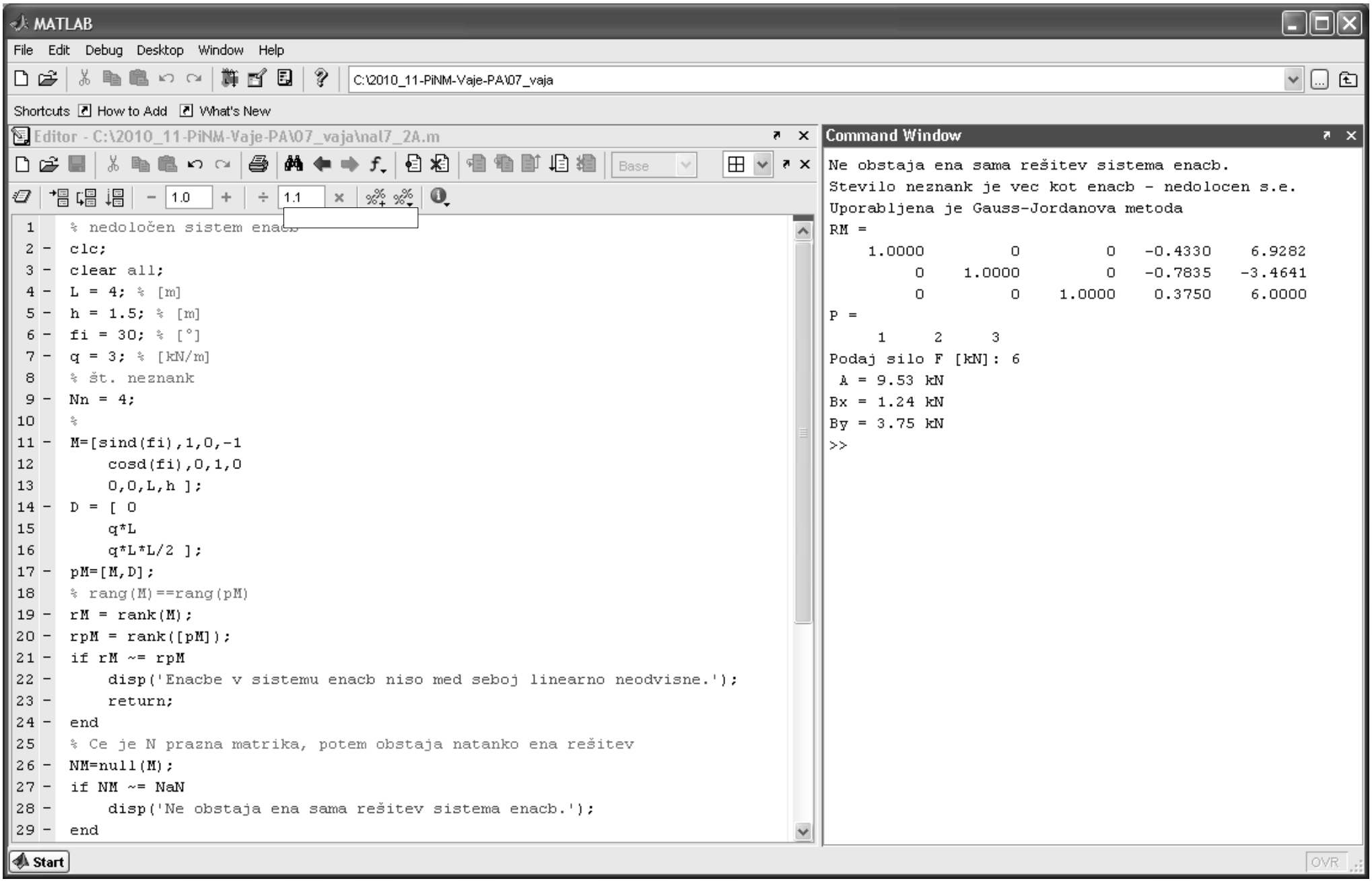
$$\begin{Bmatrix} A \\ B_x \\ B_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q\,L/(2\cos(\varphi)) \\ -q\,L\tan(\varphi)/2 \\ q\,L/2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -h/(L\cos(\varphi)) \\ (h\tan(\varphi)-L)/L \\ h/L \end{Bmatrix} F$$

• podani nedoločeni sistem enačb rešujte z uporabo:

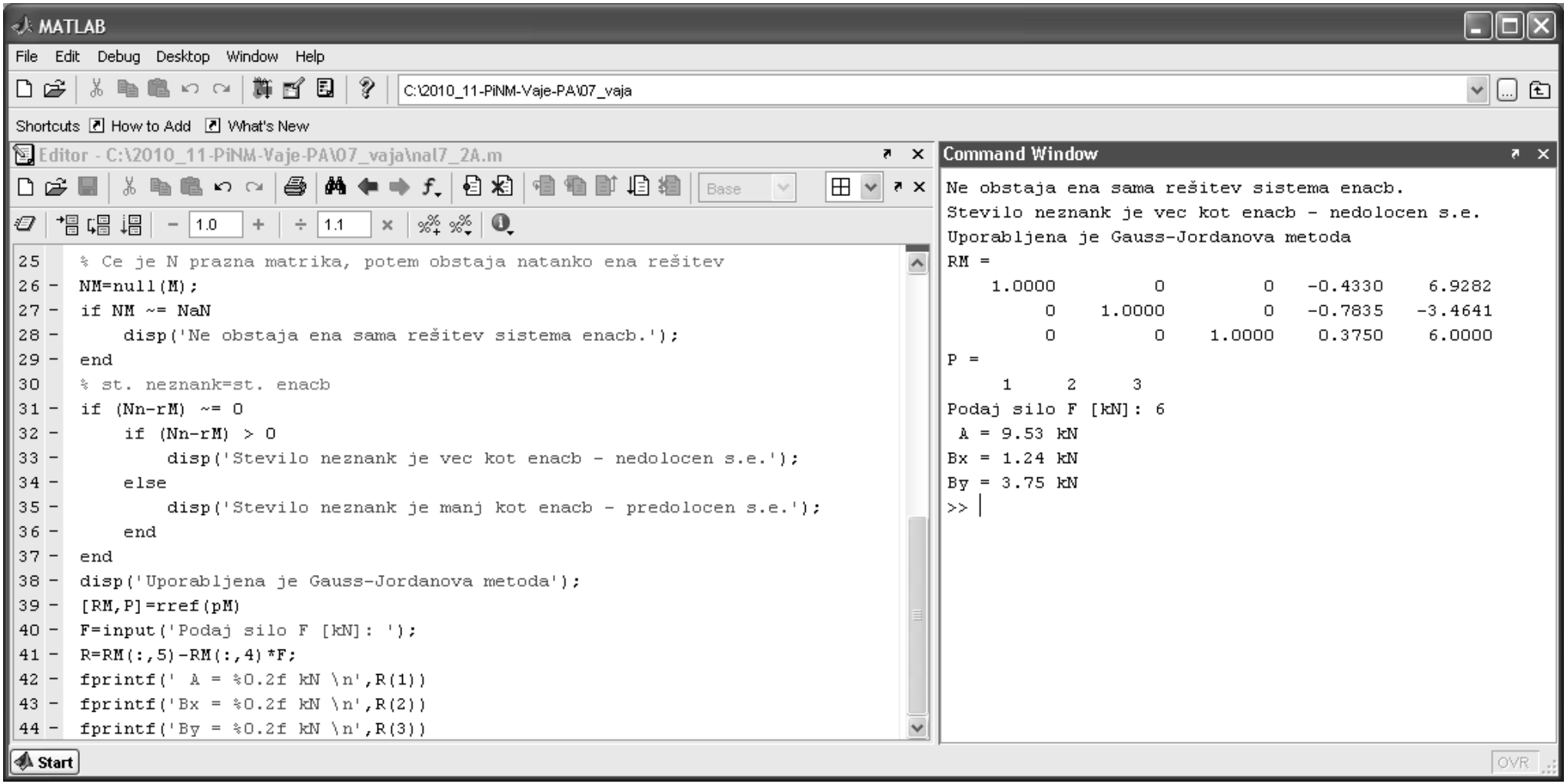
A) funkcije *rref*

B) operatorja "\" in funkcije *null*

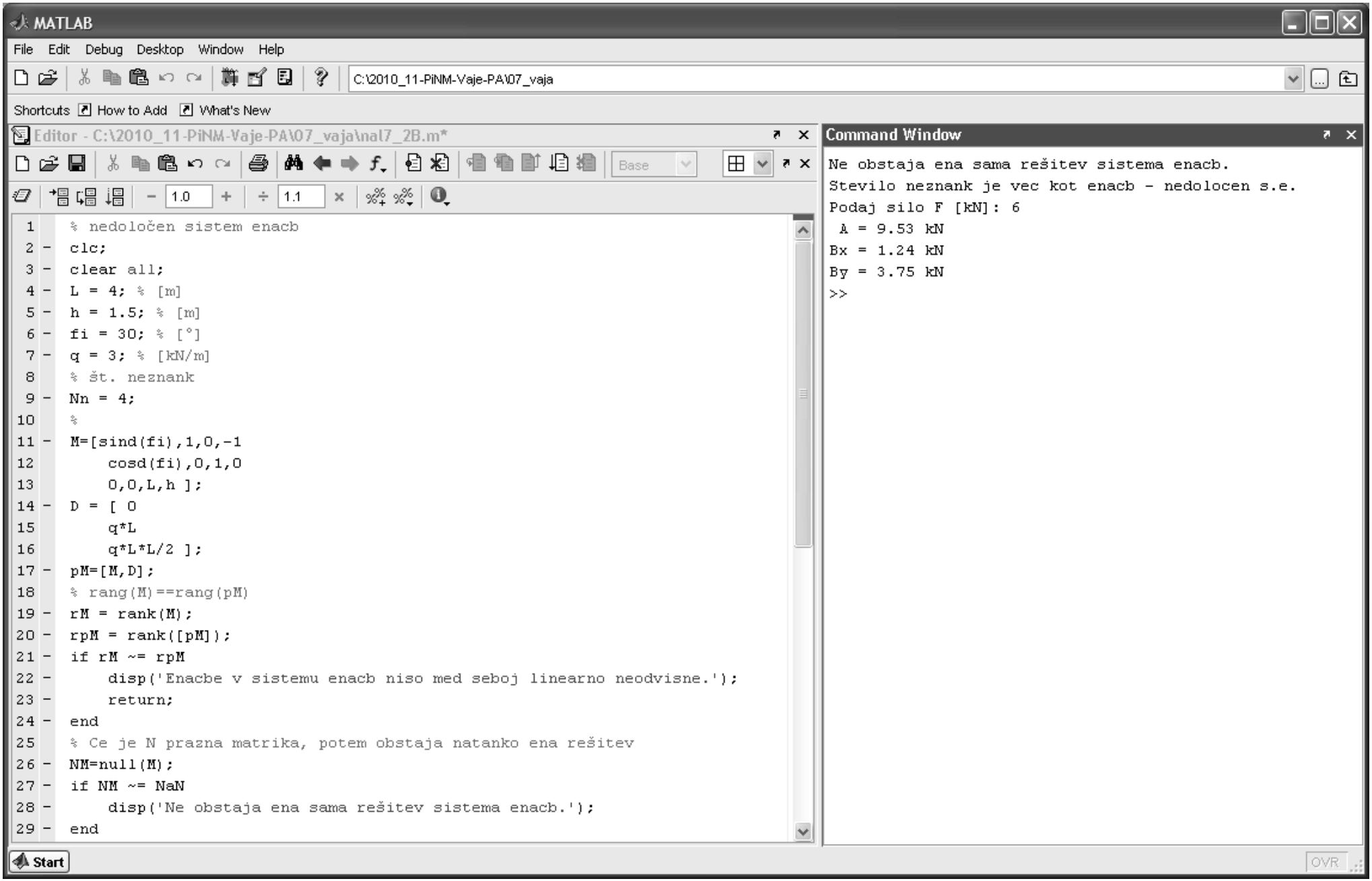
# 7-2-A


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_2A.m
Base
1.0
1.1
% nedoločen sistem enacb
clc;
clear all;
L = 4; % [m]
h = 1.5; % [m]
fi = 30; % [°]
q = 3; % [kN/m]
% št. neznank
Nn = 4;
%
M=[sind(fi),1,0,-1
cosd(fi),0,1,0
0,0,L,h ];
D = [ 0
q*L
q*L*L/2 ];
pM=[M,D];
% rang(M)==rang(pM)
rM = rank(M);
rpM = rank([pM]);
if rM ~= rpM
disp('Enacbe v sistemu enacb niso med seboj linearno neodvisne.');
return;
end
% Ce je N prazna matrika, potem obstaja natanko ena rešitev
NM=null(M);
if NM ~= NaN
disp('Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.');
end
Command Window
Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.
Stevilo neznank je vec kot enacb - nedolocen s.e.
Uporabljena je Gauss-Jordanova metoda
RM =
1.0000 0 0 -0.4330 6.9282
0 1.0000 0 -0.7835 -3.4641
0 0 1.0000 0.3750 6.0000
P =
1 2 3
Podaj silo F [kN]: 6
A = 9.53 kN
Bx = 1.24 kN
By = 3.75 kN
>>
Start
OVR

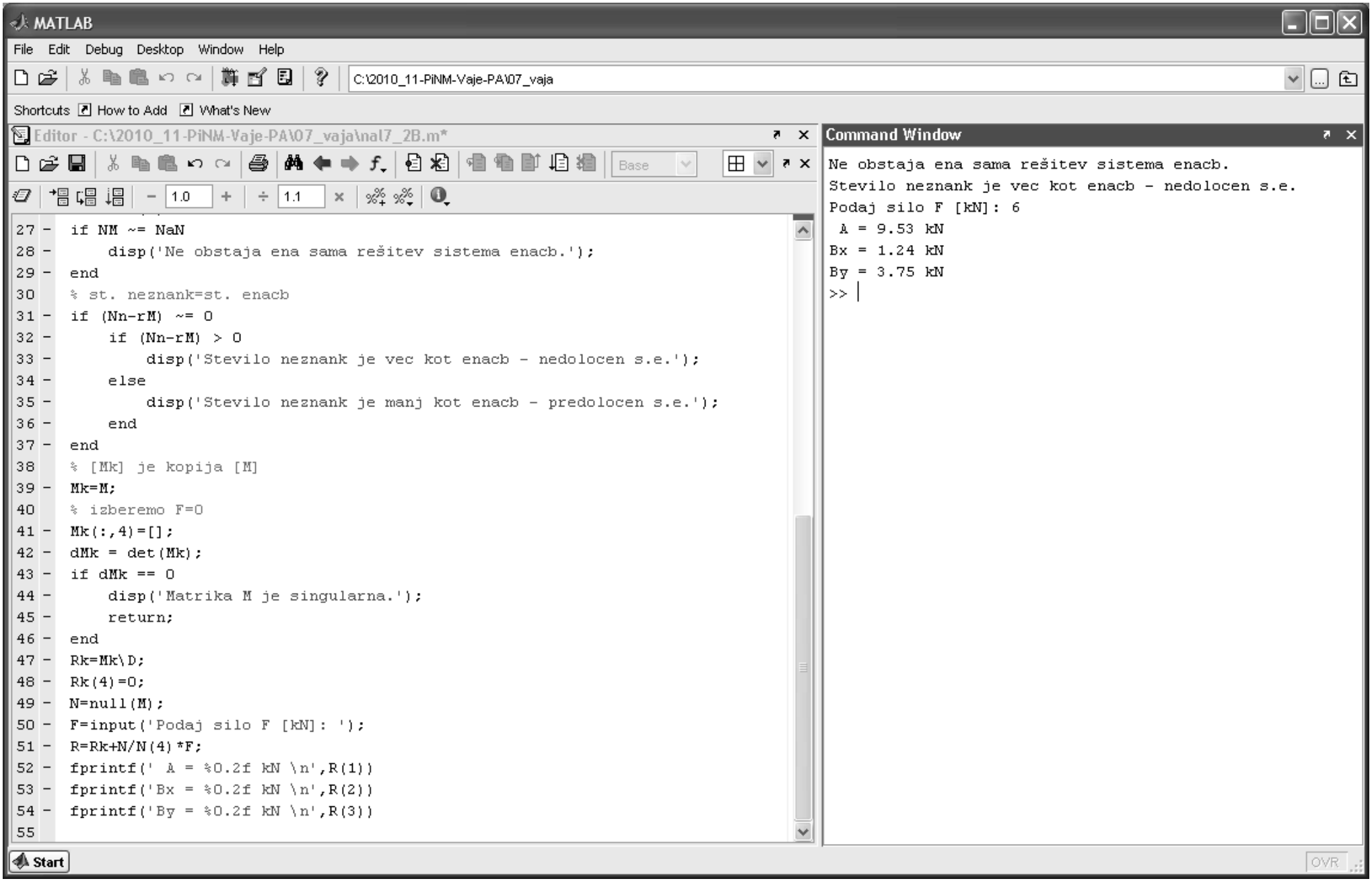
# 7-2-A


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_2A.m
25 % Ce je N prazna matrika, potem obstaja natanko ena rešitev
26 - NM=null(M);
27 - if NM ~= NaN
28 - disp('Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.');
29 - end
30 % st. neznank=st. enacb
31 - if (Nn-rM) ~= 0
32 - if (Nn-rM) > 0
33 - disp('Stevilo neznank je vec kot enacb - nedolocen s.e.');
34 - else
35 - disp('Stevilo neznank je manj kot enacb - predolocen s.e.');
36 - end
37 - end
38 - disp('Uporabljena je Gauss-Jordanova metoda');
39 - [RM,P]=rref(pM)
40 - F=input('Podaj silo F [kN]: ');
41 - R=RM(:,5)-RM(:,4)*F;
42 - fprintf(' A = %0.2f kN \n',R(1))
43 - fprintf('Bx = %0.2f kN \n',R(2))
44 - fprintf('By = %0.2f kN \n',R(3))
Command Window
Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.
Stevilo neznank je vec kot enacb - nedolocen s.e.
Uporabljena je Gauss-Jordanova metoda
RM =
1.0000 0 0 -0.4330 6.9282
0 1.0000 0 -0.7835 -3.4641
0 0 1.0000 0.3750 6.0000
P =
1 2 3
Podaj silo F [kN]: 6
A = 9.53 kN
Bx = 1.24 kN
By = 3.75 kN
>>
Start
OVR

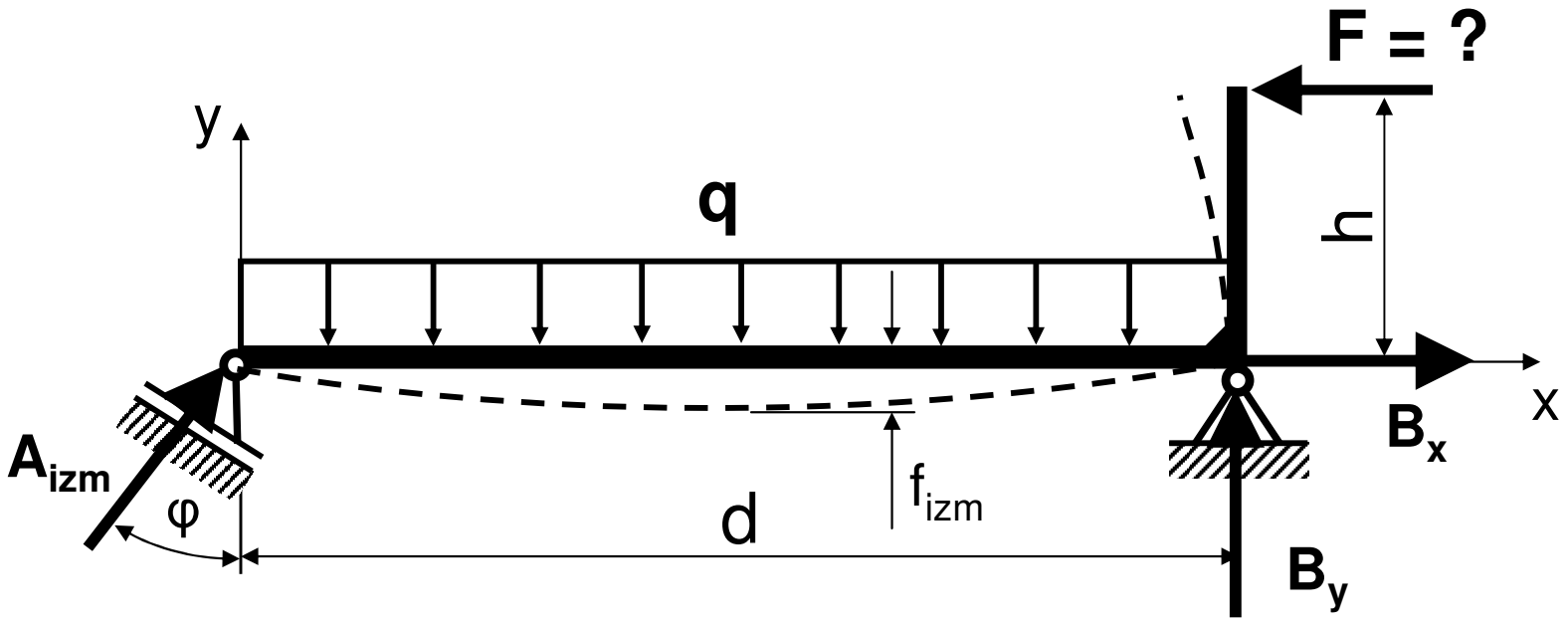
# 7-2-B


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_2B.m*
Base
1.0
1.1
1 % nedoločen sistem enacb
2 - clc;
3 - clear all;
4 - L = 4; % [m]
5 - h = 1.5; % [m]
6 - fi = 30; % [°]
7 - q = 3; % [kN/m]
8 % št. neznank
9 - Nn = 4;
10 %
11 - M=[sind(fi),1,0,-1
12 cosd(fi),0,1,0
13 0,0,L,h ];
14 - D = [ 0
15 q*L
16 q*L*L/2 ];
17 - pM=[M,D];
18 % rang(M)==rang(pM)
19 - rM = rank(M);
20 - rpM = rank([pM]);
21 - if rM ~= rpM
22 - disp('Enacbe v sistemu enacb niso med seboj linearno neodvisne.');
23 - return;
24 - end
25 % Ce je N prazna matrika, potem obstaja natanko ena rešitev
26 - NM=null(M);
27 - if NM ~= NaN
28 - disp('Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.');
29 - end
Command Window
Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.
Stevilo neznank je vec kot enacb - nedolocen s.e.
Podaj silo F [kN]: 6
A = 9.53 kN
Bx = 1.24 kN
By = 3.75 kN
>>
Start
OVR

# 7-2-B


MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja
Shortcuts How to Add What's New
Editor - C:\2010_11-PiNM-Vaje-PA\07_vaja\nal7_2B.m*
Base
1.0
1.1
27 - if NM ~= NaN
28 - disp('Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.');
29 - end
30 % st. neznank=st. enacb
31 - if (Nn-rM) ~= 0
32 - if (Nn-rM) > 0
33 - disp('Stevilo neznank je vec kot enacb - nedolocen s.e.');
34 - else
35 - disp('Stevilo neznank je manj kot enacb - predolocen s.e.');
36 - end
37 - end
38 % [Mk] je kopija [M]
39 - Mk=M;
40 % izberemo F=0
41 - Mk(:,4)=[];
42 - dMk = det(Mk);
43 - if dMk == 0
44 - disp('Matrika M je singularna.');
45 - return;
46 - end
47 - Rk=Mk\D;
48 - Rk(4)=0;
49 - N=null(M);
50 - F=input('Podaj silo F [kN]: ');
51 - R=Rk+N/N(4)*F;
52 - fprintf(' A = %0.2f kN \n',R(1))
53 - fprintf('Bx = %0.2f kN \n',R(2))
54 - fprintf('By = %0.2f kN \n',R(3))
55
Command Window
Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.
Stevilo neznank je vec kot enacb - nedolocen s.e.
Podaj silo F [kN]: 6
A = 9.53 kN
Bx = 1.24 kN
By = 3.75 kN
>>
Start
OVR

## 7-3. naloga: izračunajte pri kolikšni sili F so bili izmerjeni podani podatki




$$\text{"}R_x\text{"}: \quad A_{izm}\,\sin(\varphi) + B_x - F = 0$$

$$\text{"}R_y\text{"}: \quad A_{izm}\,\cos(\varphi) + B_y - qL = 0$$

$$\text{"}M_z\text{"}: \quad B_y L + Fh - qL\frac{L}{2} = 0$$

$$f_{izm} = \left(\frac{5qL^4}{384} + \frac{3FhL^2}{8}\right)/(EI)$$

E = 2.E5 MPa
I = 3.E7 mm$^4$
L = 4.0 m
h = 1.5 m
$\varphi$ = 30$^o$
q = 3 kN/m
$A_{izm}$ = 9.5 kN
$f_{izm}$ = 9 mm

## 7-3. naloga: izračunajte pri kolikšni sili F so bili izmerjeni podani podatki

- preurejen sistem enačb

$$B_x - F = -A_{izm}\ \sin(\varphi)$$

$$B_y = -A_{izm}\ \cos(\varphi) + q\,L$$

$$B_y\,L + F\,h = q\,\frac{L^2}{2}$$

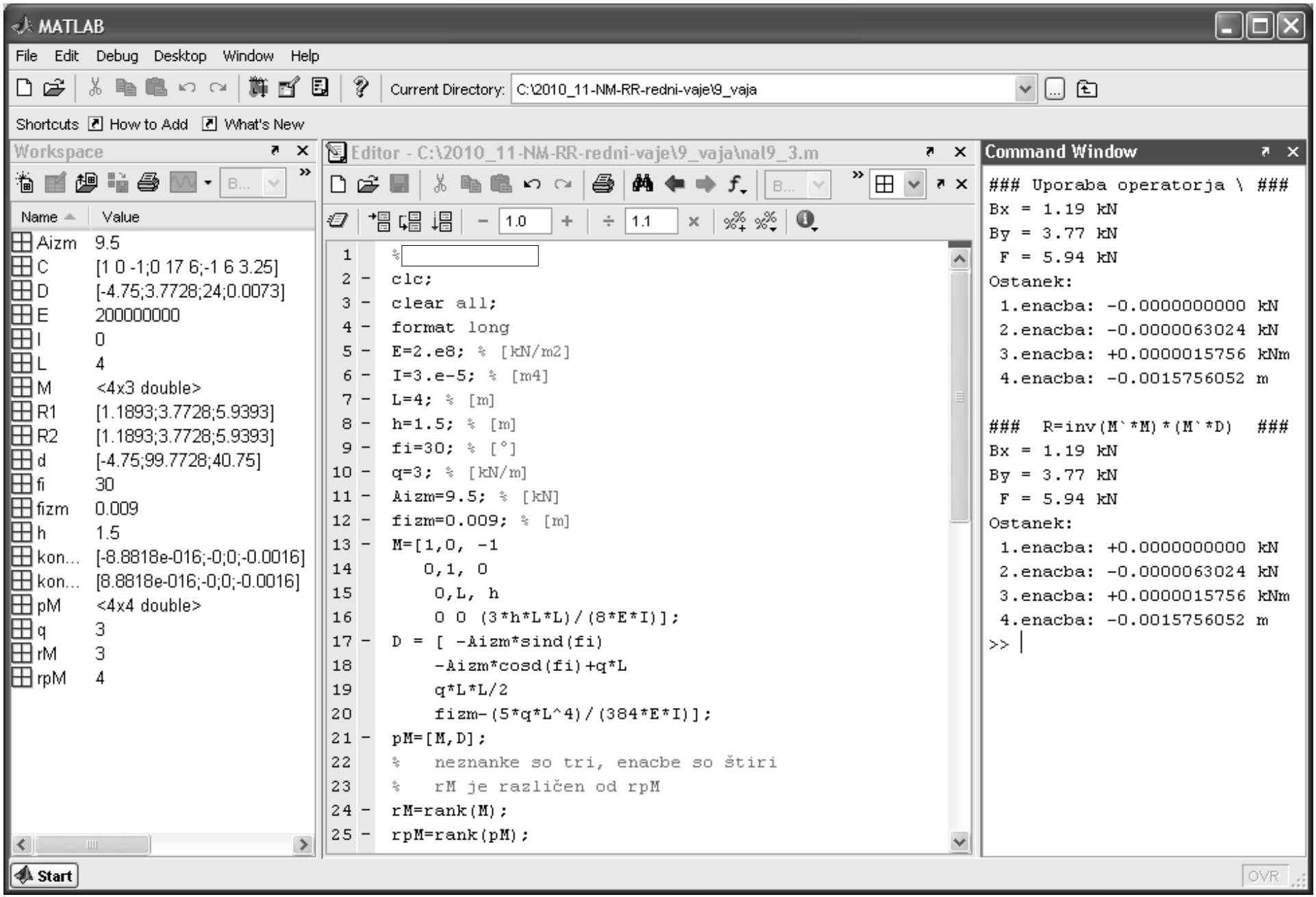
$$\frac{3\,h\,L^2}{8\,E\,I} = f_{izm} - \frac{5\,q\,L^4}{384\,E\,I}$$

- matrični zapis sistema enačb

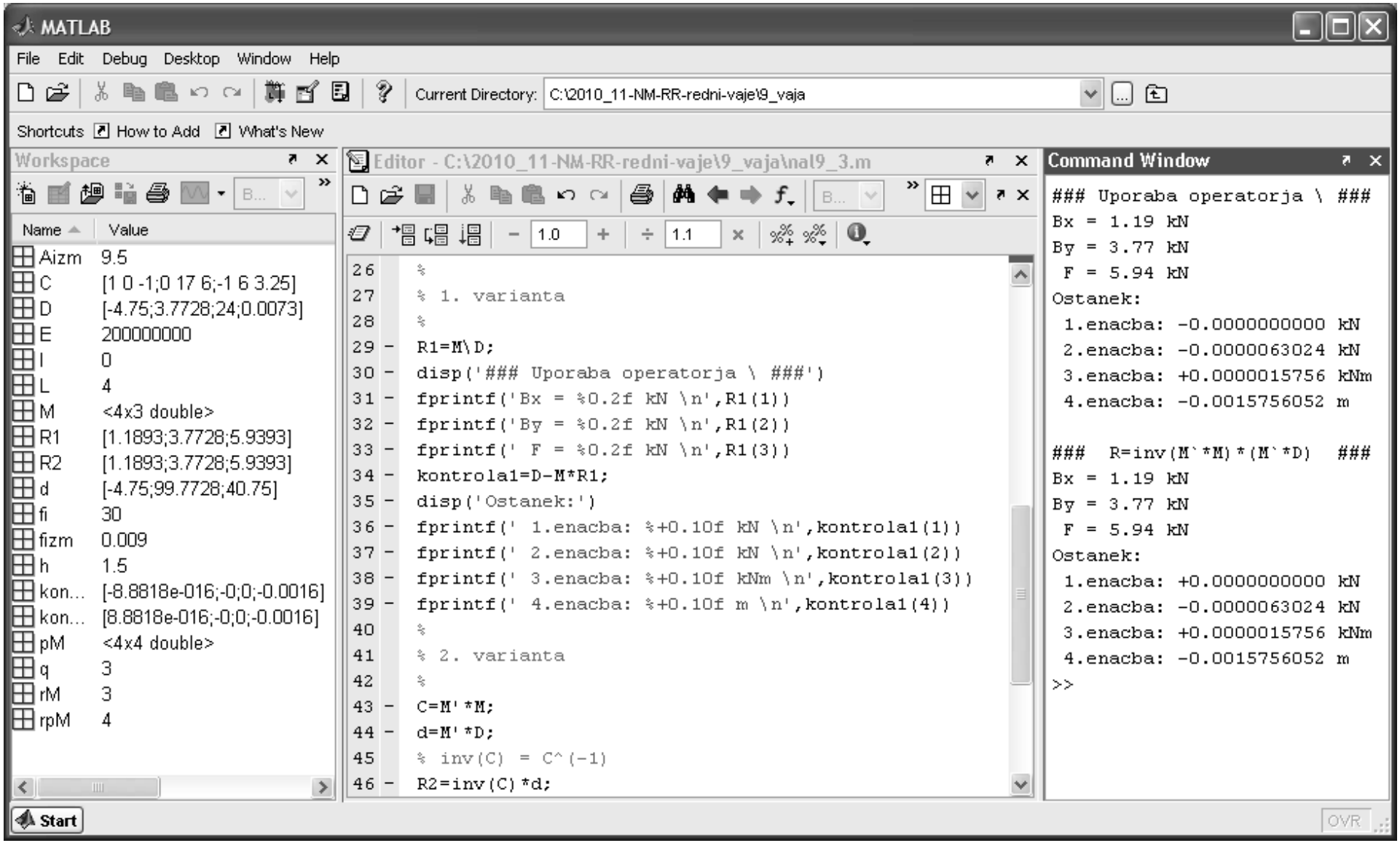
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & L & h \\ 0 & 0 & (3\,h\,L^2)/(8\,E\,I) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B_x \\ B_y \\ F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -A_{izm}\sin(\varphi) \\ -A_{izm}\cos(\varphi) + q\,L \\ q\,L^2/2 \\ f_{izm} - (5\,q\,L^4)/(384\,E\,I) \end{Bmatrix}$$

$$[M]\{R\} = \{D\}$$

# 7-3. naloga: izračunajte pri kolikšni sili F so bili izmerjeni podani podatki



# 7-3. naloga: izračunajte pri kolikšni sili F so bili izmerjeni podani podatki



# 7-3. naloga: izračunajte pri kolikšni sili F so bili izmerjeni podani podatki