



IZPIT IZ TEHNIŠKE MATEMATIKE

1. Izračunajte površino paralelograma, ki ga določata vektorja $\underline{a} = 2\underline{y} + 3\underline{z}$ in $\underline{b} = \underline{y} - 4\underline{z}$, kjer sta \underline{y} in \underline{z} ortogonalna enotska vektorja.

2. Določite realni števili α in β tako, da bo funkcija

$$x \rightarrow f(x) = \begin{cases} (2x+1)^3, & x < -1, \\ \alpha + \beta \operatorname{tg} \frac{\pi}{4} x, & |x| \leq 1, \\ 1 + \log x, & x > 1, \end{cases}$$

zvezna na \mathbb{R} . Izračunajte levi in desni odvod funkcije f v $x = -1$, $x = 1$. Ali je f diferenciable v teh točkah?

3. Za sestavljeno funkcijo

$$(x, y) \rightarrow F(x, y) = f(x + \varphi(y)),$$

kjer sta $u \rightarrow f(u)$ ter $y \rightarrow \varphi(y)$ dvakrat zvezno diferenciable funkciji, izpeljite enakost

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}(x, y) = \frac{\partial F}{\partial y}(x, y) \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}(x, y).$$

4. Rešite linearno nehomogeno diferencialno enačbo prvega reda

$$\dot{x}(t) + \frac{2}{t}x(t) = \frac{1}{t}e^{-t^2}$$

na intervalu $(0, +\infty)$ in določite partikularno rešitev, ki zadošča začetnemu pogoju $x(1) = 0$.