



KOLOKVIJ IZ TEHNIŠKE MATEMATIKE

1. Za funkcijo

$$(x, y) \rightarrow f(x, y) = \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{xy}$$

določite:

- definijsko območje v ravnini \mathbb{R}^2 ,
 - parcialna odvoda po x in y ,
 - vektor grad $f(x, y)$ ter
 - odvod v točki $(1, 0)$ v smeri vektorja $\xi = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$.
2. kateremu pogoju zadošča funkcija $(u, v) \rightarrow g(u, v)$, če za dvakrat diferenciable sestavljeno funkcijo

$$(x, y) \rightarrow f(x, y) = g(x, ye^x)$$

velja

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) - 2y \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) + y^2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 0?$$

3. Za sestavljeno funkcijo

$$(x, y) \rightarrow F(x, y) = e^y f\left(ye^{\frac{x^2}{y}}\right),$$

kjer je $u = f(u)$ diferenciablena funkcija izpeljite naslednjo enakost:

$$(x^2 - y^2) \frac{\partial F}{\partial x}(x, y) + xy \frac{\partial F}{\partial y}(x, y) = xy F(x, y).$$

4. Rešite nehomogeno linearno diferencialno enačbo prvega reda

$$\dot{x}(t) - \frac{1}{t} x(t) = t^2 \log t,$$

kjer je $t \in (0, +\infty)$, in nato določite tisto rešitev, ki zadošča začetnemu pogoju $x(1) = 3/4$.