

1. Kolo s polmerom $r = 63 \text{ cm}$ se lahko brez trenja vrti okoli vodoravne osi. Na kolo je navita vrv, na katero je na drugem koncu obešena utež. Na začetku kolo in utež mirujeta, nato pa utež spustimo. Zaradi teže uteži se začne kolo vrteti s kotnim pospeškom $\alpha = 1.25 \text{ s}^{-2}$. a) Kolikšno kotno hitrost ima kolo, ko se utež spusti za $h = 1 \text{ m}$? b) Kolikšen je takrat celoten pospešek, ki ga imajo točke na obodu kolesa?
2. Netopir leti enakomerno in premočrtno s hitrostjo 8 m/s navzdol pod kotom 50° glede na navpičnico. V nekem trenutku zazna netopir, da se proti njemu v navpični ravnini pod kotom 20° glede na navpičnico približuje muha s hitrostjo 5 m/s . S kolikšno hitrostjo in pod katerim kotom glede na vodoravnico se giblje muha za mirujočega opazovalca? (Pozor: štiri rešitve!)
3. Na klanec z naklonskim kotom $\sigma = 40^\circ$ položimo ravno desko z maso $M = 5 \text{ kg}$, nanjo pa postavimo še utež z maso $m = 2 \text{ kg}$. Koeficient trenja med desko in podlago je $k_1 = 0.17$, med utežjo in desko pa je $k_2 = 0.25$. S kolikšno silo, ki je usmerjena vzdolž klanca, moramo zadrževati utež, da bo mirovala? Kolikšen je takrat pospešek deske?
4. Vagonček z maso 100 kg se giblje s hitrostjo 2 m/s po vodoravnem tiru. V nasprotni smeri gibanja vagončka priteče človek z maso 80 kg pod kotom 60° glede na tir in skoči na vagonček v vodoravni smeri s hitrostjo 5 m/s . S kolikšno hitrostjo se gibljeta vagonček in človek po skoku? Kolikšen sunek sile prevzameta tračnici?
5. Pri tej nalogi obdelamo ustavljanje rakete v breztežnem prostoru. Raketa z začetno maso $m_0 = 50 \text{ t}$ se giblje s hitrostjo $v_0 = 650 \text{ m/s}$. V nekem trenutku pilot vključi zaviralne raketne motorje, ki porabljajo 200 kg goriva na sekundo, pri čemer izpušni plini dosežejo hitrost $v_p = 5000 \text{ m/s}$ glede na raketo. Zapiši enačbo, po kateri se zmanjšuje hitrost rakete v odvisnosti od časa. V kolikšnem času se raketa ustavi? Kolikšna je največja absolutna vrednost pojemka, ki med zaviranjem deluje na pilote?

Rešitve nalog

1. a) Prvi način: $a_t = \alpha \cdot r$, $t = 2h/a_t$, $\omega = \alpha \cdot t = 2\alpha \cdot h/r \approx 2 \text{ s}^{-1}$ Drugi način: $a_t = \alpha \cdot r$, $v = \sqrt{2a_t \cdot h}$, $\omega = v/r = 2\alpha \cdot h/r$

b) $a = a_r^2 + a_t^2 = r\sqrt{\omega^4 + \alpha^2} \approx 2.6 \text{ m/s}^{-2}$, $\sigma = \arctan(a_t/a_r) = \arctan(\alpha/\omega^2) \approx 17.3^\circ$

2. Zapišemo vektorsko enačbo za hitrosti $v_m = v_n + v_{mn}$ in jo narišemo z vektorskim diagramom. Ker naloga določi samo smer relativne hitrosti glede na navpičnico, ugotovimo, da ustrezajo zahtevam naloge štiri možnosti. Za izračun hitrosti muhe lahko uporabimo kosinusni izrek, vendar moramo najprej ugotoviti kot δ med znanima stranicama v_n in v_{mn} . Iz slike preberemo vse štiri možne vrednosti za kot δ :

$\delta_1 = \beta + \alpha = 70^\circ$; $\delta_2 = \beta - \alpha = 30^\circ$; $\delta_3 = 180^\circ - \beta - \alpha = 110^\circ$; $\delta_4 = 180^\circ - \beta + \alpha = 150^\circ$!

Iz kosinusnega izreka takoj dobimo vse možne rešitve

$$\begin{aligned} v_{m1} &= \sqrt{v_n^2 + v_{mn}^2 - 2v_n v_{mn} \cos \delta_1} \approx 7.8 \text{ m/s}; & v_{m2} &= \sqrt{v_n^2 + v_{mn}^2 - 2v_n v_{mn} \cos \delta_2} \approx 4.4 \text{ m/s} \\ v_{m3} &= \sqrt{v_n^2 + v_{mn}^2 - 2v_n v_{mn} \cos \delta_3} \approx 10.8 \text{ m/s}; & v_{m4} &= \sqrt{v_n^2 + v_{mn}^2 - 2v_n v_{mn} \cos \delta_4} \approx 12.6 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Kot med hitrostjo muhe in vodoravnico označimo z σ , kot med stranicama v_n in v_m pa označimo kot γ . Vse kote γ izračunamo najlažje po sinusnem izreku

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \arcsin(v_{mn}/v_m \sin \delta_1) \approx 36.76^\circ; & \gamma_2 &= \arcsin(v_{mn}/v_m \sin \delta_2) \approx 34.26^\circ \\ \gamma_3 &= \arcsin(v_{mn}/v_m \sin \delta_3) \approx 25.82^\circ; & \gamma_4 &= \arcsin(v_{mn}/v_m \sin \delta_4) \approx 11.46^\circ \end{aligned}$$

Iz slike preberemo še kote med smerjo muhe in vodoravnico

$$\sigma_1 = 90^\circ - \beta - \gamma_1 \approx 3.24^\circ; \quad \sigma_2 = 90^\circ - \beta - \gamma_2 \approx 5.72^\circ; \quad \sigma_3 = 90^\circ - \beta + \gamma_3 \approx 65.82^\circ; \quad \sigma_4 = 90^\circ - \beta + \gamma_4 \approx 51.46^\circ$$

3. $F = mg(\sin \sigma + k_2 \cos \sigma) \approx 16.7 \text{ N}$; $a = (M \cdot g \cdot \sin \sigma - m \cdot g \cdot k_2 \cdot \cos \sigma - (M+m) \cdot g \cdot k_1 \cdot \cos \sigma)/M \approx 3.8 \text{ m/s}^2$

4. $v_s = (M \cdot v_0 - m \cdot v_s \cos \alpha)/(M+m) = 0$; $F dt = m \cdot v_s \sin \alpha \approx 346.4 \text{ kg m/s}$

5. $v = v_0 - v_p \cdot \ln(m_0 / (m_0 - \Phi_m \cdot t))$; $t_u = (m_0 / \Phi_m) (1 - \exp(-v_0 / v_p)) \approx 30.5\text{s}$; $a = -\Phi_m \cdot v_p / (m_0 - \Phi_m \cdot t)$ Absolutna vrednost pojemka je največja, ko je imenovalec najmanjši, torej na koncu zaviranja. Dobimo

$$\Phi_m \cdot t_u \approx 2.3g$$

$$a_{\max} = \Phi_m \cdot v_p / (m_0 -$$