Dinamika togega telesa

1)Kdaj je telo togo in koliko podatkov potrebujemo za opis njegovega gibanja?

-pod vplivom zunanjih sil se ne deformira.Za opis potrebujemo 6 podatkov 3 translacije in 3 rotacije.

2)Kako pridemo iz opisa sistema točkastih teles na opis togega telesa?

Množico masnih točk združimo v celot ,ki ima vsoto notranjih sil na posamezno točko enako nič.Čim močnejše so notranje sile bolj togo je telo.

3)Definicija težišča togega telesa?

$$m \cdot r_c = \int \vec{r} \cdot dm(r)$$

$$r_c = \frac{\int \vec{r} \cdot dm(r)}{m}$$

4)Kako opišemo prostorsko in površinsko porazdelitev sil?

volumen

$$\Delta Fi \alpha \Delta Vi$$

$$\frac{\Delta Fi}{\Delta Vi} = f(r_i) - gostotasile$$

$$\vec{f}_{(ri)} = \frac{d\vec{F}_{(r)}}{dV_{(r)}} = \frac{dF}{dV} = \left[\frac{N}{m^3}\right]$$

$$\vec{T} = \vec{g} \cdot \Delta m = g \cdot \rho \cdot dV$$

$$\frac{\Delta \vec{T}}{\Delta V} = \rho \cdot \vec{g} = \vec{\gamma}$$

površina

$$F = \sigma \cdot d\vec{s}$$

$$dF = \vec{p} \cdot d\vec{S}$$

$$p = \frac{dF}{dS} = \frac{N}{m^2} = Pa$$

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} \sigma_x, \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx}, \sigma_y \end{pmatrix}$$

5)Kdaj je telo v mehanskem ravnovesju?

$$\sum_{i=1}^{M} Fi = 0$$

$$\sum_{i=1}^{M} Mi = 0$$

6)Izpelji enačbo za komponento vrtilne količine v smeri stalne osi pri vrtenju togega telesa.

$$\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$$

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} = \omega \times (\vec{r}_1 + \vec{r}_2) \Rightarrow \omega \times \vec{r}_1$$

$$\vec{\Gamma} = \vec{\Gamma}_1 + \vec{\Gamma}_2$$

$$d\vec{\Gamma} = r \times d\vec{g} = r \cdot \vec{v} \cdot dm$$

$$= \vec{r}_1 \cdot x\vec{v} dm + \vec{r}_2 \times \vec{v} dm$$

7)Definicija vztrajnega momenta togega telesa ter povezava med kotnim pospeškom in vrtilnim momentom.Kako določimo vztrajnostni moment glede na os,ki ne gre skozi težišče?

$$d\vec{\Gamma}_1 = \vec{r}_1 + \vec{v} dm$$

$$d\vec{\Gamma}_1 = r_1 v dm = \omega \cdot r_1^2 dm \to d\vec{\Gamma}_1 = \vec{\omega} \cdot r_1^2 dm$$

$$\vec{\Gamma}_1 = \int d\vec{\Gamma}_1 = \vec{\omega} \cdot \int_0^r r_1^2 dm = J \cdot \vec{\omega}$$

$$J = \int_0^r r_1^2 dm$$

$$\frac{d\vec{\Gamma}}{dt} = \vec{M}_1 = J \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt} = J \cdot \alpha \to M = J \cdot \alpha$$

$$\vec{r} = \vec{r}_c + \vec{\rho}$$

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_{c1} + \vec{\rho}_1$$

$$J = \int r_1^2 dm = \int r_1 \cdot r_1 dm = \int (r_{c1} + \rho_1)(r_{c1} + \rho_1) dm =$$

$$\int (r_c^2 + 2\rho_1 rc_1 + \rho_1^2) dm = r_{c1}^2 \int dm + 2r_{c1} \int \rho_1 dm + \int \rho_1^2 dm$$

$$J = r_c^2 m + \int \rho_1^2 dm$$

8)Izpelji izraz za pospešek homogenega valja ,ki se brez podrsavanja kotali po strmini.Kdaj začne valj podrsavati in kako opišemo gibanje tedaj?

$$ma = mg \cdot \sin\phi - Fp$$

$$j \cdot \alpha = Fp \cdot r \rightarrow \sum Mi = 0$$

$$a = r \cdot \alpha \rightarrow \alpha = \frac{a}{r}$$

$$Fp = \frac{J \cdot \alpha}{r} = \frac{J \cdot a}{r^2}$$

$$ma = mg \sin\phi - \frac{J \cdot a}{r^2}$$

$$a \cdot \left[m + \frac{J}{r^2} \right] = mg \cdot \sin\phi$$

$$a = \frac{mg \cdot \sin\phi}{m + \frac{J}{r^2}} = \frac{g \cdot \sin\phi}{1 + \frac{J}{mr^2}} = \leftrightarrow (J = \frac{mr^2}{2}) \leftrightarrow = \frac{2g \cdot \sin\phi}{3}$$

$$Fp = \frac{J}{r^2} = \frac{mg \cdot \sin\phi}{m + \frac{J}{r^2}}$$

$$Spodrsavanje$$

$$Fp \geq Fl$$

$$\frac{1mg \cdot \sin\phi}{3} \geq k_t \cdot mg \cdot \cos\phi$$

$$tg\phi \geq 3k_t - začačet - spodrsavanja$$

$$enačna - za - spodrsavanje$$

$$Fp = k_l \cdot \cos\phi$$

$$a = g(\sin\phi - k_l \cdot \cos\phi)$$

$$\alpha = \frac{R \cdot F}{J_c} = \frac{2 \cdot k_l \cdot g}{R} \cdot \cos\phi \rightarrow \alpha - pada - z - večečanj - kota$$

9)Pojasni precesijo vrtavke in izpelji izraz za kotno hitrost precesije.

-Procesija vrtavke nastopa le pod določenimi pogoji. Vrtavko zavrtimo okrog njene geometrijske osi z veliko vrtilno količino Γ=J· ω in jo z njenim spodnjim koncem postavimo na vodoravno podlago. Na začetku vrtavka procesira okrog geometrijske osi in tudi rotira – spreminja se kot med geometrijsko osjo in navpično osjo,nato pa se to zaduši in vrtavka le še procesira. Nanjo deluje v tej legi stalen moment teža vrtavke ki je m·g·L·sinφ pri čemer je m masa vrtavke ,L pa razdalja od vrtišča do težišča. Ta vrtilni moment kaže pravokotno na trenutno smer vrtilne količine Γ. Zaradi M vrtilnega momenta se Γ v času dt spremeni za dΓ=Mdt in os vrtavke se zasuče za kot dφ.

$$\omega = konst = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{mgL}{\Gamma} \rightarrow d\Gamma = \Gamma \cdot \sin\varphi d\varphi$$

$$\omega = \frac{mgL}{J \cdot \omega} - neodvisna - od - kota$$