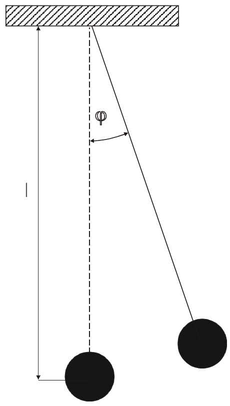
1.

1. Nihanje

a) a) Iz nihajnega časa matematičnega nihala določi težni pospešek! Nihajni čas določi tako, da izmeriš čas sto nihajev z majhno amplitudo (manj kot 5°)!

b) b) Primerjaj izmerjeni in izračunani nihajni čas za fizično nihalo pri treh različnih razdaljah uteži (10cm, 20cm in 30 cm od osi vrtenja). Meri tako, da pri vsaki razdalji uteži trikrat izmeriš čas desetih nihajev z majhno amplitudo manj kot 5°)!

c) c) Posnemi časovni potek odmika fizičnega nihala in iz grafa določi koeficient dušenja!



a) Pri matematičnem nihalu je vsa masa nihala zbrana v eni točki in obešena na vrvici z zanemarljivo maso. Matematično nihalo je model – idealizacija, ki se mu zelo približa utež na zelo dolgi, lahki vrvici. Nihajni čas matematičnega nihala je za nihanje z majhno amplitudo (do približno 5º) odvisen le od dolžine nihala l in težnega pospeška g :

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\ .$$

<u>Potek meritve in izračun:</u>

Zanihaj matematično nihalo z majhno amplitudo (največ 5º) in s štoparico izmeri čas 100 nihajev (zakaj?). Zapiši rezultat vsaj na desetinko sekunde natančno! Nihalo opazuj v pravokotni smeri glede na nihajno ravnino. Šteti začni, ko gre nihalo skozi ravnovesno lego (zakaj?). Izmeri dolžino nihala od pritrdišča do težiča uteži. Iz izmerjenega časa izračunaj čas enega nihaja. Iz gornje formule izračunaj vrednost težnega pospeška na dve decimalki.

b) Pri fizičnem nihalu masa telesa ni zbrana v eni točki, temveč je razporejena po prostoru. Razporeditev mase je upoštevana v vztrajnostnem momentu telesa J. Nihajni čas fizičnega nihala je odvisen od vztrajnostnega momenta nihala J okrog dane osi, skupne mase m in razdalje od osišča do težišča nihala r^*:

$$t_0 = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgr^*}}\ .$$

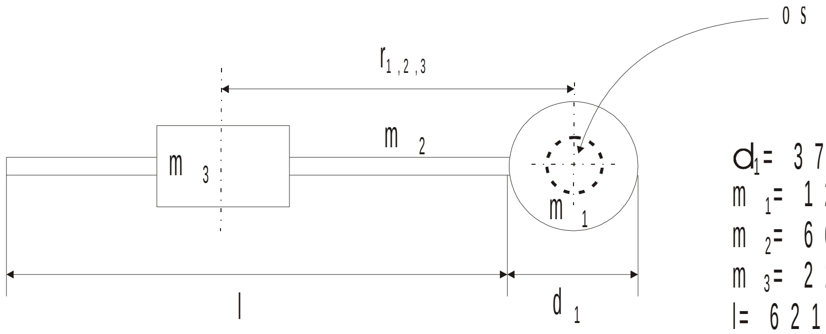
Vztrajnostni moment nihala J okrog dane osi izračunamo po Steinerjevem pravilu:

$$J = J_0 + mr^{*2}\ .$$

Pri tem je J_0 lastni vztrajnostni moment okrog vzporedne težiščne osi.

<u>Potek meritve in izračun:</u>

Namesti utež na nihalu tako, da je razdalja med osiščem in težiščem uteži enaka 30 cm. Zanihaj nihalo z majhno amplitudo (do približno 5º) in s štoparico izmeri čas 10 nihajev. Opravi meritev trikrat, zapiši vse tri rezultate in izračunaj povprečno vrednost.
Nato premakni utež tako, da je razdalja od osi do težišča uteži 20 cm in ponovi meritev in izračun kot v prejšnjem primeru. Ponovi še za razdaljo 10 cm.



d1= 37 mm
m 1= 126 g
m 2= 66 g
m 3= 215 g
l= 621 mm

Iz izmerjenih časov izračunaj nihajni čas za vsakega od treh primerov.
Iz podatkov za mase in dimenzije sestavnih delov fizičnega nihala izračunaj vztrajnostni moment, položaj težišča r^* in iz tega nihajni čas za tri zgornje primere.
Celotni vztrajnostni moment je sestavljen iz vztrajnostnega momenta valja, vztrajnostnega momenta palice in vztrajnostnega momenta uteži. Utež obravnavamo kot točkasto maso.

$$J = J_{valj} + J_{palica} + J_{utež}$$

$$J_{1,2,3} = \frac{1}{2} m_{valj} R_{valj}{}^2 + \frac{1}{3} m_{palica} l_{palica}{}^2 + m_{utež} r_{1,2,3}{}^2$$

Razdaljo od osi vrtenja do težišča telesa za tri zgornje primere izračunamo tako:

$$r_{1,2,3}{}^* = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum_i m_i} = \frac{m_{valj} r_{valj} + m_{palica} r_{palica} + m_{utež} r_{1,2,3}}{m_{valj} + m_{palica} + m_{utež}} = \frac{m_{palica} r_{palica} + m_{utež} r_{1,2,3}}{m_{valj} + m_{palica} + m_{utež}}$$

, ker je r_{valj} enako 0.

Na koncu izračunaj nihajne čase fizičnega nihala za vse tri primere:

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J_{1,2,3}}{mg r_{1,2,3}{}^*}}$$

Izdelaj tabelo:

razdalja uteži od osi	izmerjen čas 10 nihajev				izmerjeni nihajni čas	izračunani nihajni čas
	1.	2.	3.	povprečje		
10 cm						
20 cm						
30 cm						

c) Amplituda nihanja se pri dušenem nihanju s časom zmanjšuje eksponentno :

$$A_0(t) = A_{zač} . e^{-\beta . t}$$,

pri tem je $A_{zač}$ začetna amplituda ob času t=0, $A_0(t)$ pa amplituda ob času t.
β je koeficient dušenja, ki pove, kako hitro je manjšanje amplitude. Velik β pomeni, da se amplituda hitro manjša.
Celoten odmik dušenega nihala $A(t)$ ob času t zapišemo kot produkt eksponentne funkcije, ki opisuje padanje amplitude in sinusnega dela, ki opisuje nihanje:

$$A(t) = A_0(t)\cos(\omega t) = A_{zač} e^{-\beta.t}.\cos(\omega t)$$

Potek meritve in izračun:

Na utež fizičnega nihala pritrdi ploščico, ki poveča upor, tako da je nihanje zelo dušeno.
Na risalnik posnemi odmik nihala v odvisnosti od časa (glede risalnika se ravnaj po navodilih asistenta). Graf takoj opremi s potrebnimi podatki (nariši osi x in y, zapiši vrednost enote na časovni osi, označi časovno os itd.). Iz grafa določi podatke, ki jih potrebuješ za izračun koeficienta dušenja.
Za izračun koeficienta dušenja napišemo, kolikšen je odmik nihala ob dveh časih, ki se razlikujeta za n nihajnih časov: t_1 in $t_2 = t_1 + n.t_0$:

$$A(t_1) = A_{zač} e^{-\beta.t_1}.\cos(\omega t_1)$$
$$A(t_2) = A_{zač} e^{-\beta.t_2}.\cos(\omega t_2)$$

Ker se t_1 in t_2 razlikujeta za n nihajnih časov - period funkcije $\cos(\omega t)$, sta vrednosti $\cos(\omega t_1)$ in $\cos(\omega t_2)$ enaki. Gornji enčbi delimo med seboj:

$$\frac{A(t_1)}{A(t_2)} = \frac{A_{zač} e^{-\beta.t_1}.\cos(\omega t_1)}{A_{zač} e^{-\beta.t_2}.\cos(\omega t_2)} = \frac{e^{-\beta.t_1}}{e^{-\beta.t_2}} = e^{-\beta.t_1}.e^{-\beta.t_{21}} = e^{-\beta.(t_1-t_2)}$$

Enačbo logaritmiramo:

$$\ln\frac{A(t_1)}{A(t_2)} = \ln e^{-\beta.(t_1-t_2)}$$

in upoštevamo, da sta eksponentna in logaritemska funkcija druga drugi inverzni:

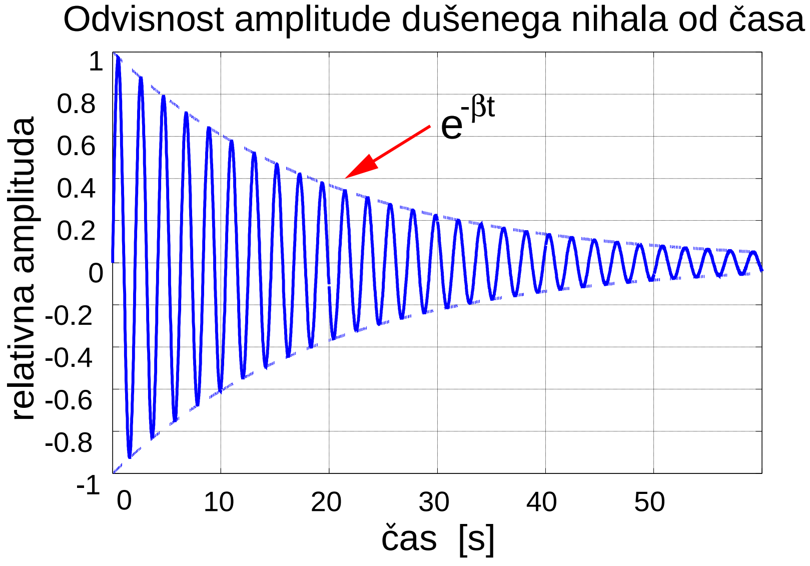
$$\ln\frac{A(t_1)}{A(t_2)} = -\beta.(t_1 - t_2)$$

.

Sledi, da je koeficient dušenja

$$\beta = \frac{1}{(t_2 - t_1)}\ln\frac{A(t_1)}{A(t_2)}$$

, pri tem pa velja, da je $t_2 = t_1 + n.t_0$



Podatke $A(t_1)$, $A(t_2)$, t_1 in t_2 določi iz grafa tako, da izbereš dve poljubni amplitudi. Kako je pametno izbrati amplitudi, da bo izračun čim bolj točen?