

# Izpit iz Matematike 1

Fakulteta za strojništvo

7. februar 2013

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Rešite kompleksno enačbo

$$|z + 1| - 2 + 2i = 2i \bar{z}.$$

**2.** (20) Dano je realno število  $k$  in vektorji  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  z dolžinami  $|\vec{a}| = |\vec{c}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$  in mešanim produktom  $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}) = 1$ . Kot med  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  je  $\pi/4$ , kot med  $\vec{b}$  in  $\vec{c}$  pa  $\pi/3$ . Pokažite, da sta dolžini vektorjev  $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} \times \vec{c}$  in  $\vec{y} = \vec{a} + k\vec{b}$  enaki

$$|\vec{x}| = \sqrt{43} \quad \text{in} \quad |\vec{y}| = \sqrt{4k^2 + 2\sqrt{2}k + 1}.$$

Določite takšen  $k$ , da bosta  $\vec{x}$  in  $\vec{y}$  pravokotna in v tem primeru izračunajte  $|\vec{y}|$ .

3. (20) Izračunajte limiti

(a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt[3]{x^3 - 5x} - x) =$$

(b)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\arctan(2x) - \frac{\pi}{2}}{x^{-1}}.$$

4. (20) Za funkcijo

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$$

določite realni števili  $a$  in  $b$  tako, da bo premica  $y = 2x + 5$  njena tangenta v točki  $T(1, y_0)$ .

5. (20) Analizirajte potek funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{e^x}$$

(določite definicijsko območje, ničle, limiti  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ , stacionarne točke, intervale naraščanja in padanja, lokalne ekstreme, prevoje, intervale konveksnosti in konkavnosti) in narišite njen graf.