

# Izpit iz Matematike 1

Fakulteta za strojništvo

6. februar 2014

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

**1.a** (10) Poiščite vse rešitve enačbe

$$|z - 1|^2 = \bar{z}^2 + 2$$

**1.b** (10) Poenostavite izraz

$$\frac{(-1 - \sqrt{3}i)^7 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2014}}{(-1 + i)^{12}}.$$

**2.** (20) V paralelogramu  $ABCD$ , označimo  $\vec{a} = \vec{AB}$  in  $\vec{b} = \vec{AD}$ . Točka  $M$  naj deli stranico  $BC$  v razmerju  $|BM| : |MC| = 1 : 3$ , točka  $N$  pa naj deli stranico  $CD$  v razmerju  $|CN| : |ND| = 3 : 5$ . Naj bo  $S$  presečišče daljice  $MN$  in diagonale  $AC$ .

(a) Izračunajte razmerje  $|MS| : |SN|$ .

(b) Če vemo  $|\vec{a}| = \frac{3}{2}$ ,  $|\vec{b}| = 1$  in  $\vec{MN} \perp \vec{AC}$ , koliko znaša kot med vektorjema  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ ?

3. (20) Dane so točke  $A(-1, 2, -1)$ ,  $B(1, 2, 0)$ ,  $C(-1, 3, 0)$ . Poiščite vse takšne točke  $D$ , ki ležijo na premici

$$\frac{x+1}{2} = y = \frac{z-3}{-1},$$

in da bo volumen tetraedra, napetega na točke  $A, B, C$  in  $D$ , enak 6.

4. (20) Dana je funkcija  $f(x) = \ln(\sqrt{6 - x^2})$ . Poiščite točke, v katerih je tangenta na graf funkcije  $f(x)$  vzporedna simetrali lihih kvadrantov. Zapišite še enačbe teh tangent.

5. (20) Dana je strogo monotona funkcija  $g(x) = \frac{\sqrt{4x+5}-3}{x-1}$  in funkcija

$$F(x) = \begin{cases} \ln(2-x) + a, & x \leq 1 \\ g(x), & 1 < x \leq 5 \\ b\left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}, & x > 5. \end{cases}$$

- (a) Izračunajte konstanti  $a$  in  $b$ , da bo funkcija  $F(x)$  zvezna.
- (b) Skicirajte graf zvezne funkcije  $F(x)$  in določite njeno zalogo vrednosti.
- (c) Ali inverz funkcije  $F(x)$  obstaja? Odgovor utemeljite (inverza ni potrebno računati).