

# Izpit iz Matematike 1

Fakulteta za strojništvo

22. januar 2010

Ime in priimek: \_\_\_\_\_

Vpisna številka: \_\_\_\_\_

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Poišcite vse realne rešitve neenačbe

$$2x - |x - 3| - |x - 5| \geq 0.$$

2. (20) V paralelogramu  $ABCD$  točka  $E$  deli stranico  $BC$  v razmerju  $|BE| : |EC| = 3 : 2$ , točka  $S$  pa je presečišče daljic  $AE$  in  $BD$ .

- Izračunajte razmerje  $|AS| : |SE|$ .
- Izračunajte ploščino trikotnika  $ABS$ , če je  $|AB| = 3$ ,  $|AD| = 2$  in  $\angle(BAD) = \frac{\pi}{6}$ .

3. (20) Zaporedje  $a_1, a_2, \dots$  naj bo definirano rekurzivno z  $a_1 = \frac{1}{2}$  in

$$a_{n+1} = \frac{2}{\sqrt{5 - a_n^2}}.$$

Pokažite, da je

- $\frac{1}{2} \leq a_n < 1$  za vsak  $n \in \mathbb{N}$  in
- zaporedje je naraščajoče.

Utemeljite, da ima zaporedje limito in jo izračunajte.

4. (20) Določite realni števili  $a$  in  $b$  tako, da bo imela funkcija

$$f(x) = \ln(x^2 + ax + b)$$

ničlo pri  $x = -2$  in da bo tangenta na graf funkcije  $f$  v točki  $T(0, y)$  vzporedna premici  $y - 5x + 1 = 0$ .

5. (20) Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{x-4}{x} e^x.$$

Določite

- definicijsko območje
- ničle, stacionarne točke in
- limite:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \downarrow 0} f(x)$ ,  $\lim_{x \uparrow 0} f(x)$ .

Pokažite, da ima funkcija edini prevoj pri  $x = 2$  in narišite graf.