

2. kolokvij iz Matematike 1

B

Fakulteta za strojništvo

7. januar 2011

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Pokažite, da se premica, ki je podana z enačbama

$$\frac{x+1}{2} = \frac{3-y}{3} \quad ; \quad z = 2,$$

in ravnina $3x + 2y - z = 6$ ne sekata. Nato zapišite enačbo ravnine, ki vsebuje dano premico in je vzporedna z dano ravnino.

2. (25) Dana je strogo monotona funkcija $f(x) = \frac{3\sqrt{x+6} - 6}{x+2}$. Definiramo

$$g(x) = \begin{cases} \left(\frac{3}{4}\right)^{x+3} & ; x \leq -2 \\ f(x) & ; -2 < x < 0 \\ -x + \frac{3\sqrt{6}-6}{2} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

- Pokažite, da je funkcija g zvezna na celi realni osi;
- Skicirajte graf funkcije $g(x)$;
- Utemeljite, da je funkcija g obrnljiva, določite definicijsko območje in zalogo vrednosti inverzne funkcije g^{-1} ter zapišite $g^{-1}(x)$ za $x \geq 3$.

3. (25) Izračunajte naslednji limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \tan x}{x^3} =$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x \sqrt[3]{x} \left(\sqrt[3]{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 - 1} \right) =$$

4. (25) Za $x \in (0, \pi)$ definirajmo funkciji

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{4 \cos x + 3}{4 + 3 \cos x}\right)$$

in

$$g(x) = 2 \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{7}} \tan \frac{x}{2}\right).$$

Pokažite, da imata funkciji na danem intervalu enak odvod.

Namig: Upoštevajte, da je

$$\cos x = \frac{1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)}.$$