

# FAKULTETA ZA STROJNIŠTVO

## Matematika 1

3. kolokvij

2. april 2004

Ime in priimek: \_\_\_\_\_ Vpisna št: 

--	--	--	--	--	--	--	--

### Navodila

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Naloge so 4, vsaka ima dva dela, ki sta skupaj vredna 25 točk. Na razpolago imate 90 min.

Naloga	a.	b.	Skupaj
1.			
2.			
3.			
4.			
Skupaj			

1. (25) Funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1} & \text{za } x \neq 0 \\ 1 & \text{za } x = 0 \end{cases}$$

je neskončnokrat zvezno odvedljiva na  $\mathbb{R}$ .

a. (15) Naj bo

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{B_k}{k!} x^k$$

Taylorjev polinom  $n$ -te stopnje za  $f(x)$  v  $x_0 = 0$ . Dokažite, da za  $n \geq 2$  velja rekurzijska formula

$$\sum_{k=0}^{n-1} \binom{n}{k} B_k = 0,$$

pri čemer je  $B_0 = 1$  in  $B_1 = -1/2$ .

*Namig: Uporabite Leibnizovo formulo.*

b. (10) Izračunajte četrti odvod funkcije  $f(x)$  v točki  $x_0 = 0$ .



**2.** (25) Integracija *per partes*.a. (10) Naj bo  $m$  liho število. Označite

$$I_m = \int_{-1}^1 (1 + x^2)^{m/2} dx$$

Izberite si  $f(x) = 1$  in  $G(x) = (1 + x^2)^{m/2}$  izpeljite zvezo med  $I_m$  in  $I_{m-2}$ .*Namig:* Na pravem mestu upoštevajte  $x^2 = (1 + x^2) - 1$ ,

b. (10) Izračunajte integral

$$\int_{-1}^1 (1 + x^2)^{5/2} dx .$$



3. (25) Vpeljava nove spremenljivke, racionalne funkcije.

a. (10) V integral

$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin 2x}} dx$$

uvedite novo spremenljivko  $u = x - \frac{\pi}{4}$ .

b. (15) Izračunajte integral

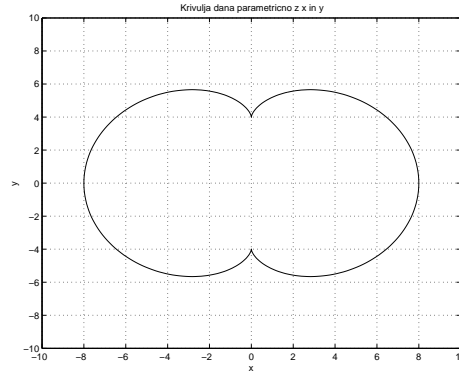
$$\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{\sin 2x}} dx .$$



4. (25) Na sliki 1 je krivulja, ki je v parametrični obliki dana z

$$x(t) = 6 \cos t + 2 \cos 3t \quad \text{in} \quad y(t) = 6 \sin t + 2 \sin 3t$$

za  $0 \leq t \leq 2\pi$ .



Slika 1 Krivulja dana parametricno z  $x(t)$  in  $y(t)$ .

a. (10) Izračunajte ploščino lika, ki ga objema krivulja.

*Namig:*  $2 \sin t \sin 3t = \cos 4t - \cos 2t$ .

b. (15) Izračunajte dolžino krivulje.

*Namig:* Preverite, da je  $\cos t \cos 3t + \sin t \sin 3t = \cos 2t$ .



