

Izpit iz Matematike 2

Fakulteta za strojništvo

21. junij 2013

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Nalog je 5, vsaka je vredna 20 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	Točke
1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
Skupaj	

1. (20) Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo krivulje

$$y = \frac{x-3}{2(x-2)}, \quad y = \frac{1}{(x-2)^2} \quad \text{in} \quad x = \frac{5}{2}.$$

2. (20) Z dvakratno integracijo po delih (per partes) pokažite, da velja za integral

$$I_n = \int_0^1 (\arccos x)^n dx; \quad n \in \mathbb{N}$$

rekurzivna formula

$$I_n = n \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n-1} - n(n-1) I_{n-2}; \quad n \geq 2.$$

Uporabite jo za izračun integrala I_3 .

3. (20) Naj bosta A in B dani kvadratni matriki reda n . V katerem primeru ima matrična enačba

$$XA = X + (A - B)^T$$

le eno rešitev? Zapišite jo.

Izračunajte X še v posebnem primeru, ko je

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 2 \\ -1 & 3 & 3 \end{bmatrix}.$$

4. (20) Določite takšni realni števili a in b , da bo sistem enačb

$$\begin{aligned} -5x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 &= 2 \\ 6x_1 + x_2 - 3x_3 - 5x_4 &= 1 \\ 7x_1 + 5x_2 - 4x_3 + ax_4 &= b \end{aligned}$$

(i) protisloven;

(ii) enolično rešljiv;

(iii) nedoločen (ima neskončno rešitev).

V primeru, ko je $a = -6$ (in je hkrati sistem rešljiv), zapišite vse rešitve.

5. (20) Izračunajte rešitev linearne diferencialne enačbe drugega reda

$$y'' + 4y = \sin 4x,$$

če sta dana začetna pogoja $y(0) = 0$ in $y'(0) = 4$.