

2. kolokvij iz Matematike 2

Fakulteta za strojništvo

24. maj 2013

A

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Naj bosta A in B dani kvadratni matriki reda n . V katerem primeru ima matrična enačba

$$AX - B = X - 2A^T$$

le eno rešitev? Zapišite jo.

Izračunajte X še v posebnem primeru, ko je

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 8 & -2 \end{bmatrix} .$$

2. (25) Dan je sistem linearnih enačb

$$\begin{aligned}x + y - 2z + t &= 4 \\3x + 5y + az + 2t &= 11 \\4x + 6y + 7z + bt &= 15\end{aligned}.$$

Za katere vrednosti parametrov a in b je sistem

- enolično rešljiv
- nerešljiv (protisloven)
- nedoločen (ima neskončno rešitev)?

V primeru, ko je $a = 9$, zapišite vse rešitve.

3. (25) Določite vse lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -5 & 2 \\ -2 & 7 & -4 \\ -4 & 10 & -5 \end{bmatrix}.$$

Utemeljite, da je matrika A obrnljiva in izračunajte vektor

$$A^{-1} \vec{x}_1,$$

kjer je \vec{x}_1 lastni vektor matrike A , ki pripada največji lastni vrednosti.

Namig: Je res potrebno računati A^{-1} ?

4. (25) Poiščite rešitev diferencialne enačbe

$$y' = y^2 \cos x + 4y' \sin^2 x,$$

ki zadošča pogoju $y(\pi) = 4$.