FAKULTETA ZA STROJNIŠTVO

Matematika 3

3. kolokvij

1. april 1999

Ime in priimek: ______________________________ **Letnik:** __________

Navodila

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Nalog je 5, vsaka ima dva dela, ki sta vredna po 10 točk, torej skupaj 20 točk. Na razpolago imate 90 min.

Naloga	**a.**	**b.**	**Skupaj**
1.			
2.			
3.			
4.			
Skupaj			

1. (25) Dano je vektorsko polje $\mathbf{F} = (yze^{xyz} + \cos x, 2y + xye^{xyz}, xye^{xyz})$ na $\mathbb{R}^3$.

a. (10) Preverite, da je polje $\mathbf{F}$ potencialno in izračunajte potencial.

b. (15) Naj bo $\mathcal{C}$ krivulja dana parametrično z $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos t, e^t \sin t, t)$ za $0 \leq t \leq \pi$. Izračunajte

$$\int_{\mathcal{C}} \mathbf{F} \, \mathrm{d}\mathbf{r} \, .$$

2. (25) Naj bo Δ piramida, ki jo določajo koordinatne ravnine in ravnina $R : -x + y - z - 2 = 0$. Naj bo $\mathcal{S}$ lice piramide, ki leži v R, torej $\mathcal{S} = \partial P \cap R$. Vektorsko polje naj bo dano z $\mathbf{F} = (xy, yz, xz)$.

a. (15) Izračunajte

$$\int_{\partial \mathcal{S}} \mathbf{F}\, \mathrm{d}\mathbf{r}\,.$$

b. (10) Izračunajte

$$\int_{\mathcal{S}} \mathbf{F}\, \mathrm{d}\mathbf{S}\,.$$

3. (25) Naj bo $P = \{(x, y, z) \colon \left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 + z^2 \leq 1, y \geq 0\}$. Ploskev $\mathcal{S}$ naj bo presek $\mathcal{S} = \partial P \cap \{y > 0\}$. Vektorsko polje naj bo dano z $\mathbf{F} = (z^2 x, x^2, y)$.

a. (10) Izračunajte

$$\int_P \operatorname{div}(\mathbf{F}) \, \mathrm{d}V \, .$$

b. (15) S pomočjo Gaussovega izreka izračunajte

$$\int_{\mathcal{S}} \mathbf{F} \, \mathrm{d}\mathbf{S} \, .$$

4. (25) Naj bo V območje med dvem koncentričnima cilindroma s polmeroma $R_1 < R_2$. Os cilindrov naj bo v smeri osi z. Definirajte hitrostno polje med cilindroma z

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} By + \frac{Ay}{x^2+y^2} \\ -Bx - \frac{Ax}{x^2+y^2} \\ 0 \end{pmatrix}$$

za $A = -\frac{R_1^2 R_2^2(\omega_2 - \omega_1)}{R_2^2 - R_1^2}$ in $B = \frac{R_1^2\omega_1 - R_1^2\omega_2}{R_2^2 - R_1^2}$, kjer sta ω_1 in ω_2 kotni hitrosti toka na površini manjšega oziroma večjega valja.

a. (10) Izračunajte $\nabla\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$.

b. (10) Predpostavite, da ni zunanjih sil in veljajo Eulerjeve enačbe za idealno tekočino. Kolikšna je razlika v tlaku na površini notranjega cilindra in površini zunanjega cilindra?

☞ Naloge iz vektorske analize iz vaj prof. Mizori-Oblakove (izdaja iz 1989), 2. del, poglavje 13: 2, 7, 11, 12, 13, 16, 17, 18, 22, 25, 26, 28, 32, 37, 43, 52, 54, 61, 77, 86, 116, 121, 122, 126, 131.