FUNKCIJE VEČ SPREMENLJIVK

- Popolni diferencial:

Primer: f (x,y) = f (f_1 (x,y), f_2 (x,y) = (x-y, x+y)

$$Df(x,y) = \begin{bmatrix} f_{1X} & f_{1Y} \\ f_{2X} & f_{2Y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Sestavljena funkcija

F(x,y) = g (f (x,y))
DF (x,y) = Dg (f (x,y)) ·Df (x,y)

- Odvod sestavljene funkcije

F (x,y) = g (u (x,y), v (x,y))
$F_x = g_u \cdot u_x + g_v \cdot v_x$
$F_y = g_u \cdot u_y + g_v \cdot v_y$
$F_{xx} = (g_{uu} \cdot u_x + g_{uv} \cdot v_x) \cdot u_x + g_u \cdot u_{xx} + (g_{vu} \cdot u_x + g_{vv} \cdot v_x) \cdot v_x + g_v \cdot v_{xx}$
$F_{yy} = (g_{uu} \cdot u_y + g_{uv} \cdot v_y) \cdot u_y + g_u \cdot u_{yy} + (g_{vu} \cdot u_y + g_{vv} \cdot v_y) \cdot v_y + g_v \cdot v_{yy}$
$F_{xy} = (g_{uu} \cdot u_y + g_{uv} \cdot v_y) \cdot u_x + g_u \cdot u_{xy} + (g_{vu} \cdot u_y + g_{vv} \cdot v_y) \cdot v_x + g_v \cdot v_{xy}$

- Implicitna funkcija

f (x,y) , x = g (y)
Če izrazimo x kot funkcijo y-na na neki okolici točke (x_0, y_0), potem mora veljati:

1. f (x_0, y_0) = 0
2. f_x (x_0, y_0) ≠ 0

f (g (y), y) = 0
Po izreku o implicitni funkciji vemo, da taka funkcija obstaja, da lahko x izrazimo z y –om v okolici točke (x_0, y_0).
Imamo f (x, y, z) in x se da izraziti z: x = g (y, z)
Zanimajo nas še: g_y , g_z za
f(g (y,z), y ,z) = 0
$f_x \cdot g_y + f_y \cdot 1 = 0 \Rightarrow g_y = - f_y / f_x$
$f_x \cdot g_z + f_z \cdot 1 = 0 \Rightarrow g_z = - f_z / f_x$

- Ekstremi funkcij:

Za f (x,y) mora veljati:
$f_x = 0$ in $f_y = 0$.
Nato izračunamo še :
f_{xx} , f_{yy} in f_{xy}

da sestavimo hesejevo matriko: $Hf(x,y) = \begin{bmatrix} f_{xx} & f_{xy} \\ f_{yx} & f_{yy} \end{bmatrix}$

Če je determinanta Hesejeve matrike > 0, potem obstajajo ekstremi.

- Ekstremi pod pogojem:

Sestavimo funkcijo: F (x,y) = f (x,y) - λ (g (x,y,)). Veljati mora:
$F_x = 0$, $F_y = 0$ in g (x,y) = 0. Iz teh enačb dobiš x in y - on

- Tole še zravn:

f (x, y, g (x,y))
$f_x + f_z \cdot g_x$
$f_{xx} + f_{xz} \cdot g_x + (f_{zx} + f_{zz} \cdot g_x) \cdot g_x + f_z \cdot g_{xx}$
$f_y + f_z \cdot g_y$
$f_{yy} + f_{yz} \cdot g_y + (f_{zy} + f_{zz} \cdot g_y) \cdot g_y + f_z \cdot g_{yy}$

$f_{xy} + f_{xz} \cdot g_y + (f_{zy} + f_{zz} \cdot g_y) \cdot g_x + f_z \cdot g_{xy}$