

FAKULTETA ZA STROJNIŠTVO

Matematika 3

Pisni izpit

28. junij 2011

Ime in priimek: _____ Vpisna št:

--	--	--	--	--	--	--	--

Navodila

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Nalog je 5 in vsaka je vredna 20 točk, torej skupaj 100 točk.

Naloga	a.	b.	Skupaj
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
Skupaj			

1. (20) Naj bo $f(u, v)$ zvezno parcialno odvedljiva funkcija, za katero velja

$$v \frac{\partial f}{\partial u}(u, v) + u \frac{\partial f}{\partial v}(u, v) = 0.$$

a. (10) Funkcija $F(x, y)$ naj bo definirana z enačbo

$$F(x, y) = f \left(\sqrt{x + \sqrt{x^2 + y^2}}, \sqrt{-x + \sqrt{x^2 + y^2}} \right).$$

Izračunajte $\frac{\partial F}{\partial y}(x, y)$. Kot znano upoštevajte, da je

$$\frac{y}{\sqrt{-x + \sqrt{x^2 + y^2}}} = \sqrt{x + \sqrt{x^2 + y^2}}$$

in

$$\frac{y}{\sqrt{x + \sqrt{x^2 + y^2}}} = \sqrt{-x + \sqrt{x^2 + y^2}}.$$

b. (10) Naj bo

$$\phi(t) = e^t + e^{-t} \quad \text{in} \quad \psi(t) = e^t - e^{-t}.$$

Definirajte

$$g(t) = f(\phi(t), \psi(t)).$$

Izračunajte $g'(t)$.

Namig: Primerjajte ϕ' in ψ .

2. (20) Naj bo funkcija $f(x, y, z)$ dana z

$$f(x, y, z) = 1 + xy + yz.$$

a. (10) Poiščite možne ekstreme funkcije $f(x, y, z)$ pri pogoju

$$g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0.$$

b. (10) Pokažite, da je točka $(1/2, \sqrt{2}/2)$ lokalni maksimum funkcije

$$F(x, y) = 1 + xy + y\sqrt{1 - x^2 - y^2}.$$

4. (20) Naj bo ploskev \mathcal{S} dana s predpisom

$$\Phi(u, v) = (\cos u - v, \sqrt{2} \sin u, \cos u + v)$$

za $0 \leq u \leq \pi/2$ in $0 \leq v \leq 1$.

a. (10) Izračunajte enotsko normalo na ploskev v točki $(\sqrt{2}/2 - 1/2, 1, \sqrt{2}/2 + 1/2)$.

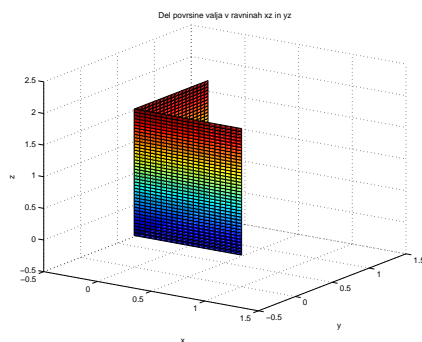
b. (10) Naj bo $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, \sqrt{2}x, -y)$. Izračunajte pretok tega polja skozi ploskev \mathcal{S} .

5. (20) Naj bo G četrtinka valja z višino h , osnovnima ploskvama s polmerom R vzporednima xy -ravnini v prvem kvadrantu, torej

$$G = \{(x, y, z): x^2 + y^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq h\}.$$

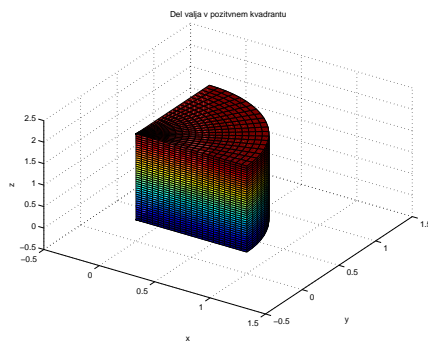
Telo je na sliki 1b. Naj bo $\mathbf{F}(x, y, z) = (zx, zy, -x^2 - y^2)$.

- a. (10) Naj bo \mathcal{S} del površine telesa G v xz oziroma zy ravnini. Ploskev je na sliki 1a. Izračunajte pretok \mathbf{F} skozi ploskev \mathcal{S} . Za normalni vektor si izberite vedno tistega, ki ima nenegativne komponente.



Sl. 1a Del površine G .

- b. (10) Izračunajte pretok \mathbf{F} skozi edini del površine telesa G , ki je ukrivljen, torej del, ki ustreza plašču valja. Za normalo izberite vektorje z nenegativnimi komponentami.



Sl. 1b Četrtinka valja.

