

FAKULTETA ZA STROJNIŠTVO

Matematika 3

Pisni izpit

31. maj 2011

Ime in priimek: _____ Vpisna št:

--	--	--	--	--	--	--	--

Navodila

Pazljivo preberite besedilo naloge, preden se lotite reševanja. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Nalog je 5 in vsaka je vredna 20 točk, torej skupaj 100 točk.

Naloga	a.	b.	Skupaj
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
Skupaj			

1. (20) Funkcija $f(x, y)$ naj ustreza enačbi

$$[f(x, y)]^3 + 3xf(x, y) = 3y.$$

a. (10) Pokažite, da za $x > 0$ velja

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = -\frac{f(x, y)}{f(x, y)^2 + x} \quad \text{in} \quad \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = \frac{1}{f(x, y)^2 + x}.$$

Namig: Enakost, ki ji zadošča funkcija $f(x, y)$, odvajajte parcialno na x oziroma y .

b. (10) Izračunajte

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + x \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y).$$

Namig: Uporabite prvi del naloge in na primernem mestu upoštevajte, da je $f(x, y) \frac{\partial f}{\partial y} = -\frac{\partial f}{\partial x}$.

2. (20) Naj bo funkcija $g(x, y, z)$ dana kot

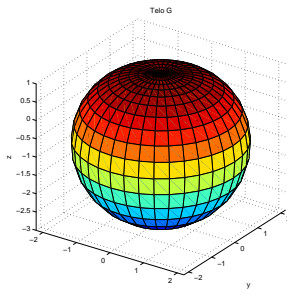
$$g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1.$$

a. (10) Poiščite možne ekstreme funkcije $f(x, y, z) = xyz$ pri pogoju $g(x, y, z) = 0$.

b. (10) Poiščite možne ekstreme funkcije $f(x, y, z) = xy + xz + yz$ pri pogoju $g(x, y, z) = 0$, $x > 0$, $y > 0$ in $z > 0$.

3. (20) Telo na sliki 1 je dano s predpisom

$$G = \left\{ (x, y, z) : \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \leq 2 - \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right\}.$$



Sl. 1 Telo G .

a. (10) Izračunajte prostornino telesa G .

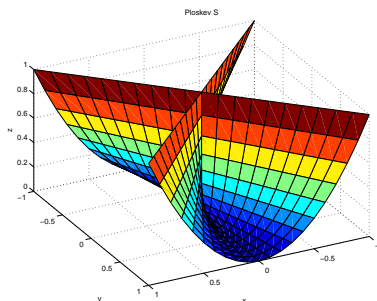
b. (10) Izračunajte integral

$$I_{zz} = \int_G (x^2 + y^2) \, dx \, dy \, dz.$$

4. (20) Ploskev \mathcal{S} naj bo dana parametrično s

$$\Phi(u, v) = (uv, u, v^2)$$

za $-1 \leq u \leq 1$ in $-1 \leq v \leq 1$. Ploskev je na sliki 2.

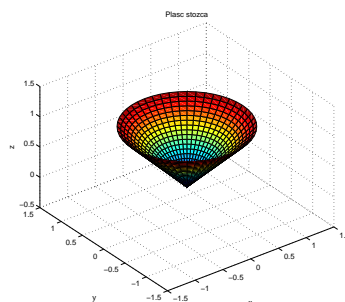


Sl. 2 Ploskev \mathcal{S} .

a. (10) Izračunajte enotsko normalo na ploskev v poljubni točki.

b. (10) Naj bo $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2, y, 0)$. Izračunajte pretok vektorskega polja \mathbf{F} skozi ploskev \mathcal{S} v smeri $\Phi_u \times \Phi_v$.

5. (20) Naj bo \mathcal{S} površina plašča na glavo postavljenega stožca z vrhom v izhodišču, višino h in polmerom osnovne ploskve R . Ploskev je na sliki 3.



Sl. 3 Ploskev \mathcal{S} .

a. (10) Naj bo $\mathbf{F}(x, y, z) = (-y, x, x^2y^2)$. Izračunajte pretok skozi ploskev \mathcal{S} . Za normalo si izberite vektorje s pozitivno z -komponento.

b. (10) Naj bo $\mathbf{F}(x, y, z) = (x^3, x^2y, x^2z)$. Izračunajte pretok skozi ploskev \mathcal{S} . Za normalo izberite vektorje s pozitivno z -komponento.

