

1. kolokvij iz Matematike 3

Fakulteta za strojništvo

4. december 2013

A

Ime in priimek: _____

Vpisna številka: _____

Pazljivo preberite besedilo naloge preden se lotite reševanja. Naloge so 4, vsaka je vredna 25 točk. Veljale bodo samo rešitve na papirju, kjer so naloge. Na razpolago imate 90 minut.

Naloga	
1.	
2.	
3.	
4.	
Skupaj	

1. (25) Funkcija $f(u, v)$ naj bo parcialno odvedljiva, definirana za $u > 0$ in $v > 0$. Za $x, y \in \mathbb{R}$ definiramo

$$F(x, y) = f(u(x, y), v(x, y)) = f(e^{x \cos(xy)}, e^{y \sin(xy)}).$$

Pokažite, da je

$$xF_x(x, y) - yF_y(x, y) = u \ln u f_u(u, v) - v \ln v f_v(u, v).$$

2. (25) Naj bo $a > 0$. Poiščite stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = x^3y + xy^2 - axy + 2$$

in klasificirajte tiste stacionarne točke, ki imajo pozitivno absciso.

3. (25) Poiščite vse točke na hiperboli $x^2 - y^2 = 1$, ki so najbližje točki $T(0, 1)$ ter izračunajte razdaljo med iskanimi točkami in točko T .

Namig: Korenska funkcija je strogo naraščajoča.

4. (25) Dana je funkcija

$$f(x, y, z) = x^3y + xy^3 + ze^{2xy} + z^2xy.$$

Utemeljite, da obstaja taka okolica U točke $(1, 2)$ in taka funkcija $g : U \rightarrow \mathbb{R}$, da je $g(1, 2) = 0$ in $f(x, g(x, z), z) = 2$ za vse $(x, z) \in U$. Izračunajte

$$g_z(1, 2) \quad \text{in} \quad g_{zx}(1, 2).$$