ŠTEVILO PROSTOSTNIH STOPENJ – POMEMBNA KARAKTERISTIKA SISTEMOV

Kot prostostne stopnje definiramo v splošnem tiste, med seboj linearno neodvisne nekonstitutivne parametre sistema, s katerimi je obnašanje sistema enolično določeno.

Te parametre lahko poimenujemo tudi OSNOVNE SPREMENLJIVKE sistema.

ŠTEVILO PROSTOSTNIH STOPENJ OPREDELJUJE NARAVO SISTEMA

DISKRETNI SISTEMI –
SISTEMI S KONČNIM ŠTEVILOM PROSTOSTNIH STOPENJ

KONTINUALNI (zvezno porazdeljeni) SISTEMI –
SISTEMI Z NESKONČNIM ŠTEVILOM PROSTOSTNIH STOPENJ

Število prostostnih stopenj je odvisno od značaja osnovne fizikalne spremenljivke, konstitucijskih lastnosti in prostorske razsežnosti obravnavanega sistema.

Značaj fizikalnih spremenljivk:
- skalarne veličine (temperatura, vlažnost, tlak, ...)
- vektorske veličine (gravitacijsko polje, elektromagnetno polje, ...)
- tenzorske veličine (deformacijsko polje, ...)

Konstitucijske lastnosti sistema:
- množica prostorsko ločenih snovnih točk (sistem masnih točk, ...)
- množica prostorsko povezanih snovnih točk z ohranjanjem medsebojnega relativnega položaja (togo telo, ...)
- množica prostorsko povezanih snovnih točk s spreminjanjem medsebojnega relativnega položaja (deformabilno telo, ...)

Prostorska razsežnost:
- enorazsežni prostor
- dvorazsežni prostor
- trorazsežni prostor

ŠTEVILO PROSTOSTNIH STOPENJ

Snovna točka kot osnovni gradnik materialnega prostora opredeljuje število prostostnih stopenj v prvi vrsti glede na značaj osnovne fizikalne spremenljivke in prostorsko razsežnost:

značaj fizikalne spremenljivke	razsežnost		
	3-D	2-D	1-D
skalar	1	1	1
vektor	3	2	1
tenzor 2. reda	9	4	1

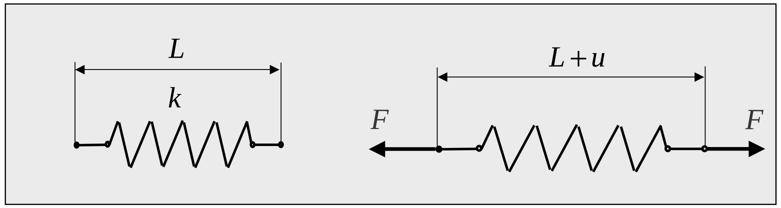
ENOPROSTOSTNI DISKRETNI SISTEMI

Za enoprostostni diskretni sistem je značilno:

- DA GA JE MOGOČE VSELEJ OBRAVNAVATI V ENODIMENZIONALNEM PROSTORU
- DA GA JE, NE GLEDE NA ZNAČAJ OSNOVNE FIZIKALNE SPREMENLJIVKE, MOGOČE VSELEJ OBRAVNAVATI SKALARNO Z ENO SAMO PROSTOSTNO STOPNJO
- DA SE NJEGOVO REŠEVANJE PREVEDE NA REŠEVANJE ENE SAME ENAČBE.

PRIMERI ENOPROSTOSTNIH DISKRETNIH SISTEMOV

A: DEFORMACIJA VZMETI

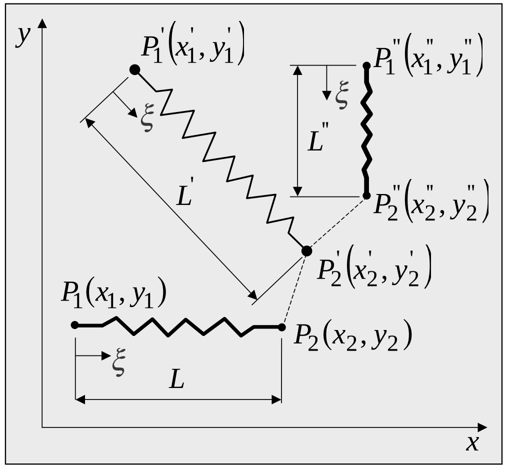


Stanje v vzmeti enoznačno določa velikost raztezka (ENA NEZNANKA)

$$F = k\,u$$

PROSTOSTNA STOPNJA = RAZTEZEK VZMETI

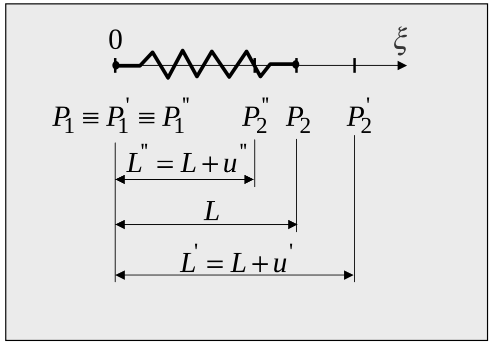
GEOMETRIJSKI PROSTOR



x, y – kartezični koordinatni sistem za popis dvodimenzionalnega geometrijskega prostora
ξ – kartezični koordinatni sistem za popis enodimenzionalnega materialnega prostora

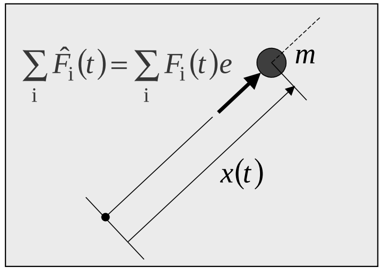
ENODIMENZIONALNI MATERIALNI PROSTOR

$$F = k\,u$$



ξ – kartezični koordinatni sistem za popis enodimenzionalnega materialnega prostora
u – raztezek, skalarna spremenljivka z eno prostostno stopnjo

B: PREMOČRTNO GIBANJE MASNE TOČKE



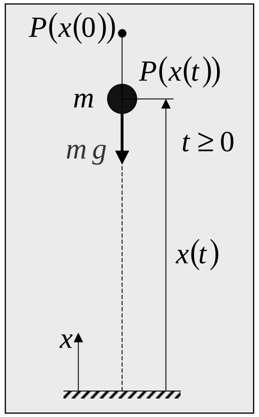
Premočrtno gibanje masne točke sledi gibalni enačbi

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum_i F_i(t)$$

PROSTOSTNA STOPNJA = POLOŽAJ NA KOORDINATNI OSI

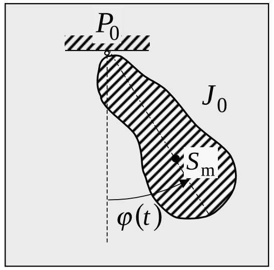
Poseben primer je prosti pad masne točke z rezultanto sil

$$\sum_{\mathrm{i}} F_{\mathrm{i}}(t) = -mg$$



PROSTI PAD

C: RAVNINSKO NIHANJE VPETEGA TOGEGA TELESA



Ravninsko gibanje togega telesa sledi gibalni enačbi

$$J_0 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \sum_{\mathrm{i}} M_{\mathrm{i}}(\varphi)$$

PROSTOSTNA STOPNJA = ODKLON TELESA GLEDE NA NAVPIČNO OS

PRIMERI VEČPROSTOSTNIH DISKRETNIH SISTEMOV

Za večprostostni diskretni sistem je značilno:

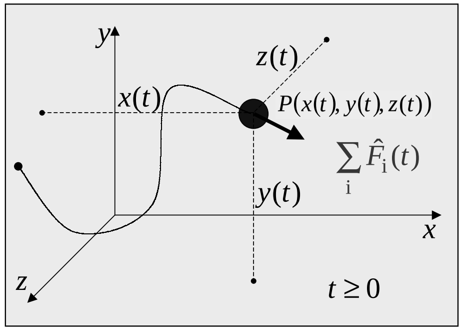
- DA SO SPREMENLJIVKE, KI DOLOČAJO PROSTOSTI DISKRETNEGA SISTEMA, MED SEBOJ LINEARNO NEODVISNE
- DA SE NJEGOVO REŠEVANJE PREVEDE NA REŠEVANJE SISTEMA ENAČB.

V PRIMERU, KO GRE ŠTEVILO PROSTOSTI PREKO VSEH MEJA, PREIDE DISKRETNI SISTEM PRI POSEBNIH POGOJIH V KONTINUALNI SISTEM.

A: GIBANJE MASNE TOČKE V PROSTORU

Gibanje masne točke v prostoru sledi gibalnim enačbam:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum_{\mathrm{i}} F_{\mathrm{i}x}(t)$$
$$m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum_{\mathrm{i}} F_{\mathrm{i}y}(t)$$
$$m\frac{d^2z}{dt^2} = \sum_{\mathrm{i}} F_{\mathrm{i}z}(t)$$



PROSTOSTNE STOPNJE = TRI KOORDINATE POLOŽAJA

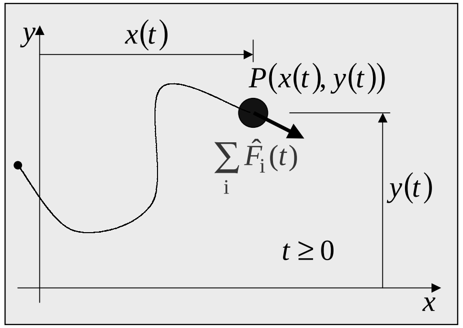
B: GIBANJE MASNE TOČKE V RAVNINI

V primeru redukcije prostorske razsežnosti iz $\Re^3 \rightarrow \Re^2$ opredeljujeta gibanje DVE prostostni stopnji.

Gibanje masne točke v ravnini sledi gibalnima enačbama:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = \sum_{\mathrm{i}} F_{\mathrm{ix}}(t)$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = \sum_{\mathrm{i}} F_{\mathrm{iy}}(t)$$

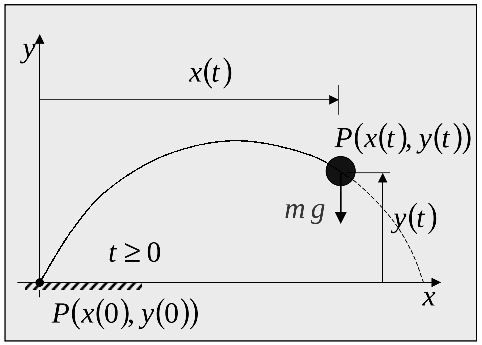


PROSTOSTNI STOPNJI = DVE KOORDINATI POLOŽAJA

Poseben primer gibanja masne točke v ravnini z dvema prostostnima stopnjama je poševni met pod vplivom težnosti z rezultanto sil:

$$\sum_{\mathrm{i}} F_{\mathrm{ix}}(t) = 0$$

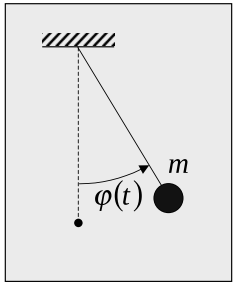
$$\sum_{\mathrm{i}} F_{\mathrm{iy}}(t) = -mg$$



POŠEVNI MET

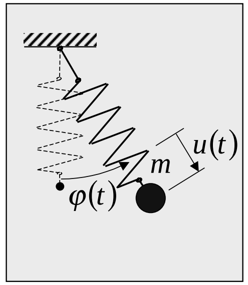
C: GIBANJE NA VRVICI OBEŠENE MASE

a) nepodajna vrvica



ena prostostna stopnja

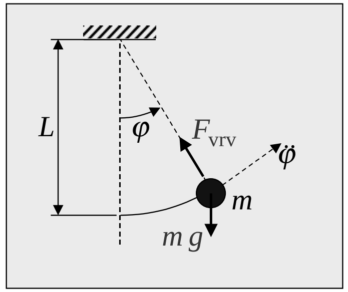
b) podajna vrvica (vzmet)



dve prostostni stopnji

Ravninsko gibanje mase na nepodajni vrvici z ENO prostostno stopnjo sledi gibalni enačbi:

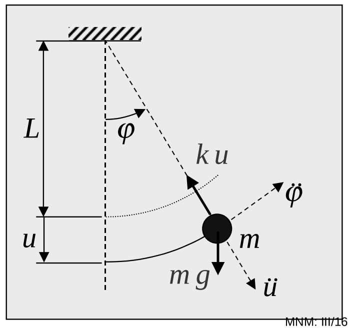
$$mL^2\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgL\sin\varphi$$



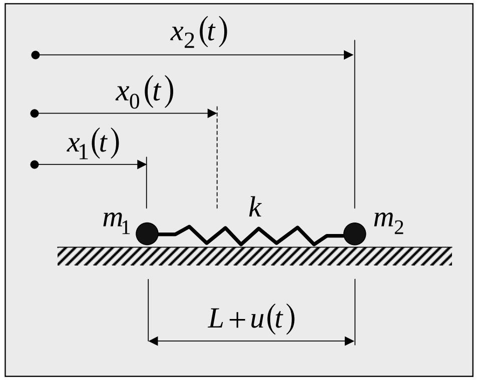
Ravninsko gibanje mase na podajni vrvici z DVEMA prostostnima stopnjama sledi gibalnima enačbama:

$$m\frac{d^2u}{dt^2} = mg\cos\varphi - ku$$

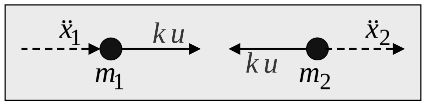
$$m(L+u)^2\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg(L+u)\sin\varphi$$



D: NIHANJE DVEH MAS, POVEZANIH Z VZMETJO



$x_0(t)$ – koordinata težišča masnega sistema
$x_1(t)$ – koordinata težišča mase m_1
$x_2(t)$ – koordinata težišča mase m_2
L – dolžina neobremenjene vzmeti
$u(t)$ – raztezek vzmeti, skalarna spremenljivka z eno prostostno stopnjo



Iz dinamičnega ravnotežja posameznih mas sledi:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = ku \quad , \quad m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = -ku$$

kar da ob upoštevanju:

$$x_2(t) - x_1(t) = L + u(t)$$

enačbo nihanja dvomasnega sistema, ki pa ima eno samo prostostno stopnjo

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} + k\,u = 0 \quad , \quad m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

PROSTOSTNA STOPNJA = RAZTEZEK VZMETI

POZOR !
Z vidika nihanja imamo opravka z izrojenim sistemom z eno samo prostostno stopnjo $u = u(t)$.

Z vidika gibanja obeh mas v ravnini pa gre za sistem z dvema prostostnima stopnjama, kjer koordinati $x_1(t)$ in $x_2(t)$ definirata trenutno lego obeh mas, pri čemer je njuno spreminjanje s časom v celoti opredeljeno s poznavanjem:

- časovnega spreminjanja raztezka vzmeti $u = u(t)$
- začetne lege $x_1(0)$ in $x_2(0)$ ter začetne hitrosti $\frac{dx_1}{dt}(0)$ in $\frac{dx_2}{dt}(0)$ obeh mas.

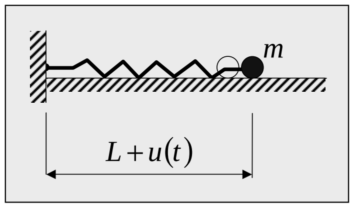
Poseben primer nihanja dveh mas, povezanih z vzmetjo, dobimo, če postavimo

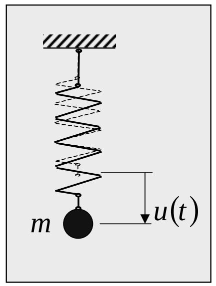
$$m_1 \to \infty \quad \Rightarrow \quad m_2 = m$$

in

$$x_1(t) = 0 \quad , \quad x_2(t) = x(t) \quad , \quad x(t) = L + u(t)$$

Dobimo primer nihajoče mase na vzmeti





E: GIBANJE TOGEGA TELESA V PROSTORU

Gibanje togega telesa v prostoru sledi gibalnim enačbam:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=\sum_{\mathrm{i}}F_{\mathrm{ix}}(t)\ ,\quad J_x\frac{d^2\varphi_x}{dt^2}=\sum_{\mathrm{i}}M_{\mathrm{ix}}(t)$$
$$m\frac{d^2y}{dt^2}=\sum_{\mathrm{i}}F_{\mathrm{iy}}(t)\ ,\quad J_y\frac{d^2\varphi_y}{dt^2}=\sum_{\mathrm{i}}M_{\mathrm{iy}}(t)$$
$$m\frac{d^2z}{dt^2}=\sum_{\mathrm{i}}F_{\mathrm{iz}}(t)\ ,\quad J_z\frac{d^2\varphi_z}{dt^2}=\sum_{\mathrm{i}}M_{\mathrm{iz}}(t)$$

PROSTOSTNE STOPNJE =
TRI KOORDINATE POLOŽAJA MASNEGA SREDIŠČA +
TRIJE ZASUKI GLEDE NA GLAVNE VZTRAJNOSTNE OSI
(skozi masno središče)

PRIMERI KONTINUALNIH SISTEMOV

Večprostostni diskretni sistem,

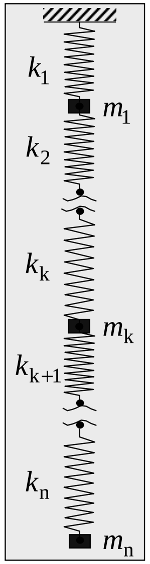
- KATEREGA ŠTEVILO PROSTOSTI PRESEGA VSE MEJE
- KATEREGA RAZDALJE MED POSAMEZNIMI SNOVNIMI DELCI SO INFINITEZIMALNE,

se imenuje KONTINUALNI (ZVEZNO PORAZDELJENI) SISTEM oz. SISTEM Z NESKONČNO PROSTOSTNIMI STOPNJAMI.

Za kontinualni sistem je značilno:

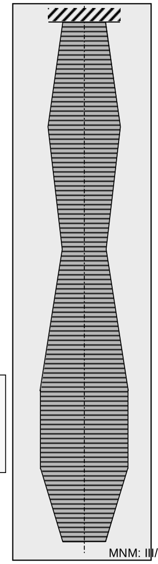
- DA SO SPREMENLJIVKE, KI DOLOČAJO PROSTOSTI SISTEMA, ZVEZNE FUNKCIJE PROSTORSKIH KOORDINAT TER KOORDINATE ČASA
- DA SE NJEGOVO REŠEVANJE PREVEDE NA REŠEVANJE ENE ALI VEČ DIFERENCIALNIH ENAČB.

A: PREVEDBA DISKRETNEGA SISTEMA Z NESKONČNIM ŠTEVILOM PROSTOSTNIH STOPENJ V KONTINUALNI SISTEM



Obravnavajmo najprej diskretni sistem s končnim številom prostosti.

Diskretni sistem, ki naj ima n prostostnih stopenj, bomo z limitnim procesom $n\to\infty$ prevedli v kontinualni sistem.

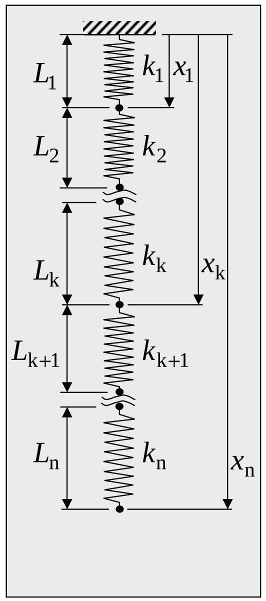


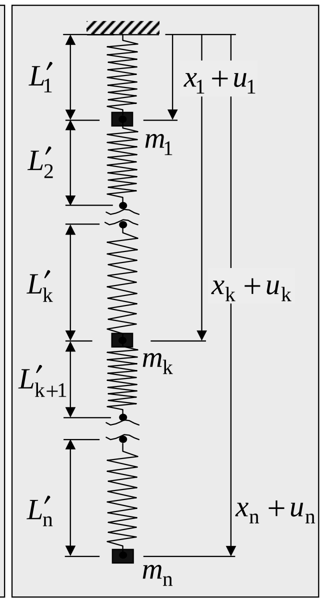
neobremenjeno stanje:

$$L_{\mathrm{k}}=x_{\mathrm{k}}-x_{\mathrm{k}-1}=\Delta x_{\mathrm{k}}$$
$$\mathrm{k}=1,2,...,\mathrm{n}\ ;\ x_0=0$$
$$\sum_{\mathrm{k}=1}^{\mathrm{k}=\mathrm{n}}L_{\mathrm{k}}=L$$

obremenjeno stanje:

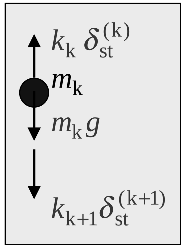
$$u_{\mathrm{k}}-u_{\mathrm{k}-1}=\Delta u_{\mathrm{k}}=\delta_{\mathrm{st}}^{(\mathrm{k})}$$
$$\mathrm{k}=1,2,...,\mathrm{n}\ ;\ u_0=0$$





Statično ravnotežje obravnavanega diskretnega sistema z n prostostnimi stopnjami opredeljuje sistem algebrajskih enačb:

$$k_k\delta_{st}^{(k)} - k_{k+1}\delta_{st}^{(k+1)} = m_k g \;;\quad k = 1,2,...,n$$
$$k_{n+1} = 0$$



Ob upoštevanju že poznanih zvez:

$$\delta_{st}^{(k)} = \Delta u_k \;;\quad k = 1,2,...,n$$
$$u_0 = 0$$

sledi sistem enačb diskretnega sistema

$$k_k \Delta u_k - k_{k+1}\Delta u_{k+1} = m_k g \;;\quad k = 1,2,..., n$$
$$k_{n+1} = 0$$

Nad sistemom enačb:

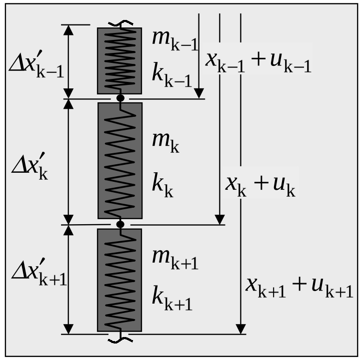
$$k_k \Delta u_k - k_{k+1}\Delta u_{k+1} = m_k g \;;\quad k = 1,2,..., n$$

izvedemo limitni proces:

$$n \to \infty \;,\quad \Delta x_k \to 0 \;\text{ za vse } k = 1,2,...,n$$

Glede na limitni proces, s katerim preidemo iz diskretnega sistema v kontinualni, predpostavimo zvezno spreminjanje premikov u_k posameznih masnih točk m_k vzdolž osi:

$$\{u_k; k = 1,2,..., n\}_{n\to\infty} \to u = u(x) \;,\; x \in [0, L]$$



ter zvezno porazdelitev mase vzdolž osi:

$$m_k = m^*(x_k)\Delta x_k$$

pri čemer je:
$m^*(x)$ - masa na enoto dolžine

Glede na zvezno spreminjanje premika lahko v skladu s Taylorjevo razvrstitvijo še zapišemo:

$$\Delta u_k \approx \left(\frac{du}{dx}\right)_k \Delta x_k \;,\quad \Delta u_{k+1} \approx \left(\frac{du}{dx}\right)_{k+1} \Delta x_{k+1}$$

s čemer preide obravnavani sistem enačb v:

$$k_k\left(\frac{du}{dx}\right)_k \Delta x_k - k_{k+1}\left(\frac{du}{dx}\right)_{k+1} \Delta x_{k+1} = m^*(x_k) g \Delta x_k \;;\; k = 1,2,..., n \to \infty$$

Vzmetna togost k_k podaja vzmetnost dolžinskega segmenta Δx_k, kar pomeni, da jo je v limitnem procesu, ko gre $\Delta x_k \to 0$, potrebno obravnavati vezano na dolžinski segment Δx_k. Ugotovimo lahko, da velja naslednja zveza:

$$\lim_{\Delta x_k \to 0}(k_k \Delta x_k) = k_k^* = k^*(x_k) \neq 0$$

Do zapisane zveze pridemo z naslednjo analizo. Če je raztezek k-te vzmeti z vzmetno togostjo k_k in dolžino Δx_k velikosti Δu_k, velja za raztezek na poljubni razdalji ξ_k od začetka vzmeti:

$$\Delta u_{\xi_k} = \frac{\xi_k}{\Delta x_k}\Delta u_k \;,\quad \xi_k \in [0, \Delta x_k]$$

Iz odvisnosti med silo v vzmeti, vzmetno togostjo ter raztezkom sledi:

$$F_k = k_k \Delta u_k = k_{\xi_k} \Delta u_{\xi_k}$$

kjer smo s k_{ξ_k} označili vzmetno togost vzmeti dolžine ξ_k. Iz obeh zgoraj zapisanih zvez sledi zanimiva zakonitost:

$$k_k \Delta x_k = k_{\xi_k}\xi_k = k_k^* \quad \Rightarrow \quad \lim_{\Delta x_k \to 0}(k_k \Delta x_k) = k_k^* = k^*(x_k)$$

kar omogoča obravnavo našega problema na infinitezimalnem nivoju.

Sistem enačb našega še vedno diskretnega problema preide s tem v obliko:

$$k_{\mathrm{k}}^{*}\left(\frac{du}{dx}\right)_{\mathrm{k}} - k_{\mathrm{k+1}}^{*}\left(\frac{du}{dx}\right)_{\mathrm{k+1}} = m^{*}(x_{\mathrm{k}})g\Delta x_{\mathrm{k}}\ ;\ \mathrm{k}=1,2,...,\mathrm{n}\to\infty$$

Privzemimo nadalje zvezno spreminjanje veličine k^{*}, ki jo poimenujemo DILATACIJSKA TOGOST, vzdolž osi. V skladu s Taylorjevo razvrstitvijo:

$$\left[k^{*}\left(\frac{du}{dx}\right)\right]_{\mathrm{k+1}} \approx \left[k^{*}\left(\frac{du}{dx}\right)\right]_{\mathrm{k}} + \left\{\frac{d}{dx}\left[k^{*}\left(\frac{du}{dx}\right)\right]\right\}_{\mathrm{k}} \Delta x_{\mathrm{k}}$$

sledi:

$$\frac{d}{dx}\left(k^{*}\frac{du}{dx}\right)_{\mathrm{k}} \Delta x_{\mathrm{k}} = -m^{*}(x_{\mathrm{k}})g\Delta x_{\mathrm{k}}\ ;\ \ \Delta x_{\mathrm{k}}\to 0\ \wedge\ \mathrm{k}=1,2,...,\mathrm{n}\to\infty$$

Obravnavani sistem enačb diskretnega sistema preide tako v limitnem primeru $\Delta x_{\mathrm{k}}\to 0$, $x_{\mathrm{k}}\to x\in[0,L]$ v diferencialno enačbo:

$$\frac{d}{dx}\left(k^{*}\frac{du}{dx}\right) = -m^{*}(x)g\ \ ,\ x\in[0,L]$$

Obravnavani z vzmetmi povezani masni sistem, ki v limitnem prehodu preide v sistem vzdolž osi zvezno porazdeljene mase, opredeljuje v prostoru deformabilno prizmatično telo dolžine L ter prečnega preseka A, pri čemer elastično podajnost telesa določa modul elastičnosti E.

Ekvivalentnost podajnosti obeh sistemov da v primeru, ko privzamemo, da se v splošnem vzdolž osi lahko prečni presek spreminja: $A=A(x)$

$$k^{*}(x)=k(x)dx=EA(x)$$

Enačba kontinualnega sistema vzdolž osi porazdeljene mase je tedaj:

$$\frac{d}{dx}\left(EA\frac{du}{dx}\right) = -m^{*}(x)g\ \ ,\ x\in[0,L]$$

FUNKCIJSKA OBLIKA MATEMATIČNIH MODELOV

Funkcijska oblika matematičnega modela je odvisna od značaja osnovne fizikalne spremenljivke, prostorske razsežnosti ter časovne odvisnosti obravnavanega fizikalnega sistema.

Značaj osnovne fizikalne spremenljivke:
- skalar
- vektor
- tenzor

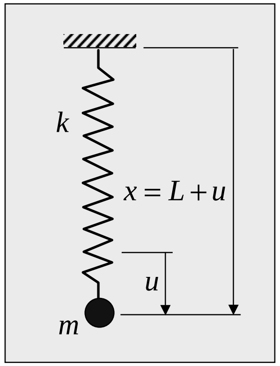
Funkcijske oblike:

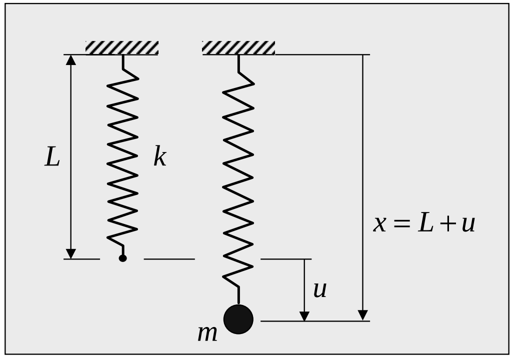
- AE - algebrajska enačba
- SAE - sistem algebrajskih enačb
- NDE - navadna diferencialna enačba
- SNDE - sistem navadnih diferencialnih enačb
- PDE - parcialna diferencialna enačba
- SPDE - sistem parcialnih diferencialnih enačb

Funkcijske oblike matematičnih modelov glede na značaj osnovne fizikalne spremenljivke, prostorsko razsežnost ter časovno odvisnost.

Število prostostnih stopenj oz. prostorska razsežnost		Funkcijska oblika	
DISKRETNI SISTEMI		$\frac{d}{dt}(\ )=0$	$\frac{d}{dt}(\ )\neq 0$
enoprostostni sistem		AE	NDE
večprostostni sistem	$n>1,\ \ n\in\mathcal{N}_{\mathrm{N}}$	SAE	SNDE
KONTINUALNI SISTEMI (skalar)		$\frac{d}{dt}(\ )=0$	$\frac{d}{dt}(\ )\neq 0$
enodimenzionalni (1D)	∞	NDE	PDE
dvodimenzionalni (2D)	∞	PDE	PDE
trodimenzionalni (3D)	∞	PDE	PDE
KONTINUALNI SISTEMI (vektor,tenzor)		$\frac{d}{dt}(\ )=0$	$\frac{d}{dt}(\ )\neq 0$
poljubno dimenzionalni	∞	SPDE	SPDE

PRIMER A:
STATIČNO RAVNOTEŽJE NA VZMETI OBEŠENE MASE

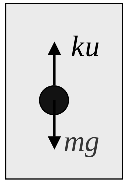




$$\delta_{st} = u = x - L$$

Enačbo matematičnega modela določa statično ravnotežje:

$$ku = mg$$



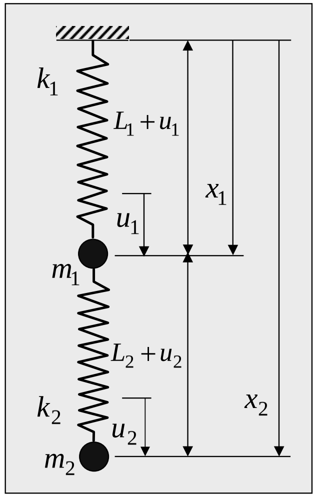
Lastnosti sistema:
- DISKRETNI SISTEM Z ENO PROSTOSTNO STOPNJO
- STACIONARNOST

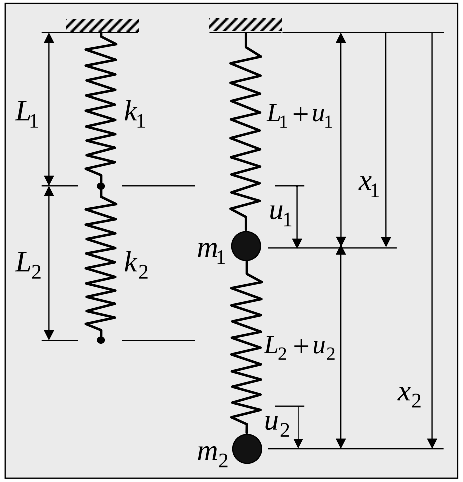
Osnovne spremenljivke:
RAZTEZEK VZMETI u
ali KOORDINATA POLOŽAJA MASE x

Funkcijska oblika:
ALGEBRAJSKA ENAČBA

Vrsta problema:
LINEAREN za $k \neq k(u)$
in NELINEAREN za $k = k(u)$

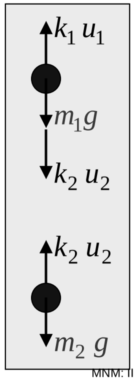
PRIMER B:
STATIČNO RAVNOTEŽJE NA VZMETEH OBEŠENIH MAS





$$\delta_{\mathrm{st}}^{(1)} = u_1 = x_1 - L_1$$

$$\delta_{\mathrm{st}}^{(2)} = u_2 = x_2 - x_1 - L_2$$



Enačbi matematičnega modela določa statično ravnotežje:

$$k_1 u_1 - k_2 u_2 = m_1 g$$
$$k_2 u_2 = m_2 g$$

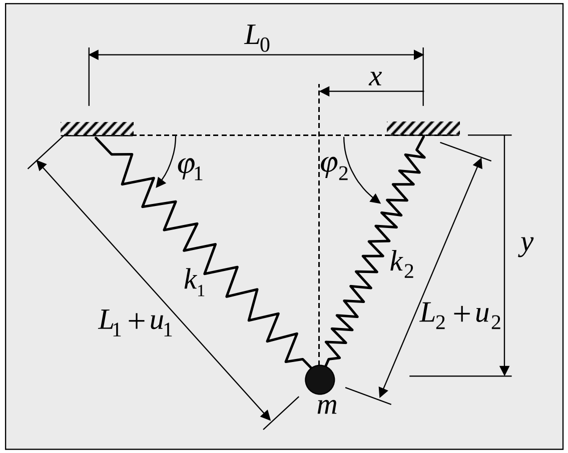
Lastnosti sistema:
- DISKRETNI SISTEM Z DVEMA PROSTOSTNIMA STOPNJAMA
- STACIONARNOST

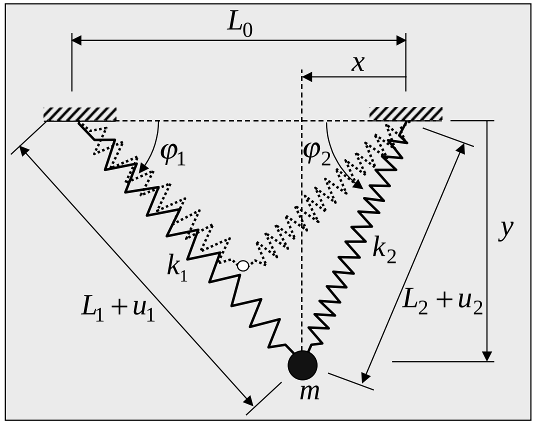
Osnovne spremenljivke:
RAZTEZKA VZMETI u_1, u_2
ali KOORDINATI POLOŽAJA MAS x_1, x_2

Funkcijska oblika:
SISTEM ALGEBRAJSKIH ENAČB

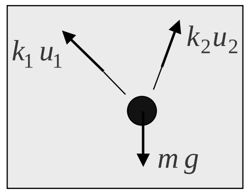
Vrsta problema:
LINEAREN za $k_k \neq k_k(u)$, $k \in M_k = \{1,2\}$
in NELINEAREN za $k_k = k_k(u)$ vsaj za en k iz M_k

PRIMER C:
STATIČNO RAVNOTEŽJE NA VZMETEH OBEŠENE MASE





Enačbi matematičnega modela določa statično ravnotežje:



$$k_1 u_1 \cos\varphi_1(u_1,u_2) - k_2 u_2 \cos\varphi_2(u_1,u_2) = 0$$
$$k_1 u_1 \sin\varphi_1(u_1,u_2) + k_2 u_2 \sin\varphi_2(u_1,u_2) = mg$$

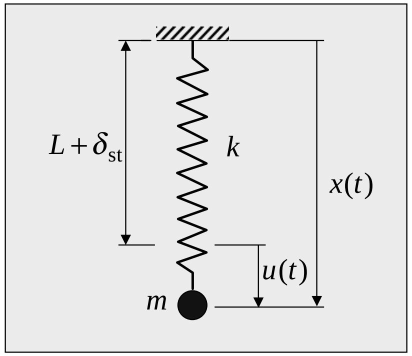
Lastnosti sistema:
- DISKRETNI SISTEM Z DVEMA PROSTOSTNIMA STOPNJAMA
- STACIONARNOST

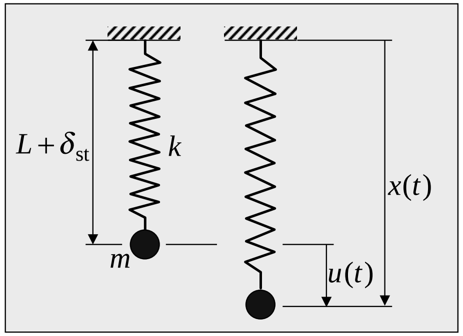
Osnovne spremenljivke:
RAZTEZKA VZMETI u_1, u_2
ali KOORDINATI POLOŽAJA MAS x, y
ali KOTA SMERNIC VZMETI φ_1, φ_2

Funkcijska oblika:
SISTEM ALGEBRAJSKIH ENAČB

Vrsta problema:
NELINEAREN tudi v primeru konstantnih togosti
vzmeti $k_k \neq k_k(u)$, $k \in M_k = \{1,2\}$

PRIMER D:
DINAMIČNO RAVNOTEŽJE NA VZMETI NIHAJOČE MASE

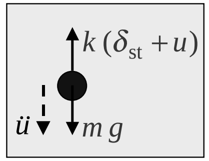




$$u = x - L - \delta_{st}$$

Enačbo matematičnega modela določa dinamično ravnotežje:

$$m\frac{du^2}{dt^2} + ku = 0$$



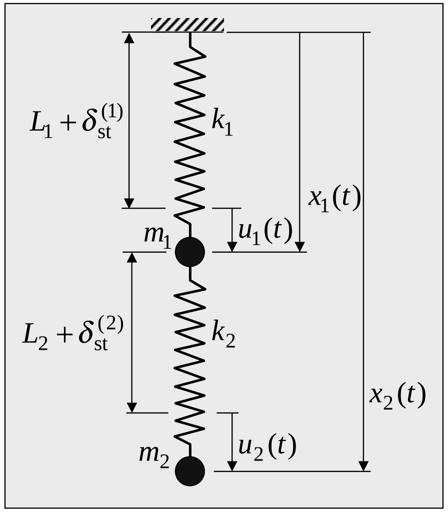
Lastnosti sistema:
- DISKRETNI SISTEM Z ENO PROSTOSTNO STOPNJO
- NESTACIONARNOST

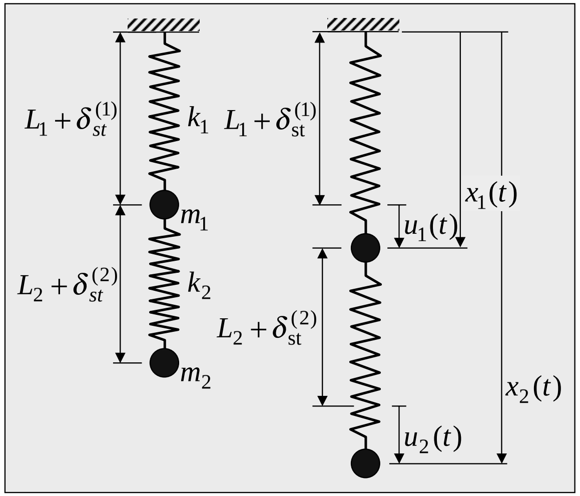
Osnovne spremenljivke:
RAZTEZEK VZMETI u IZ RAVNOTEŽNE LEGE
ali KOORDINATA POLOŽAJA MASE x

Funkcijska oblika:
NAVADNA HOMOGENA DIFERENCIALNA ENAČBA

Vrsta problema:
LINEAREN za $k \neq k(u)$
in NELINEAREN za $k = k(u)$

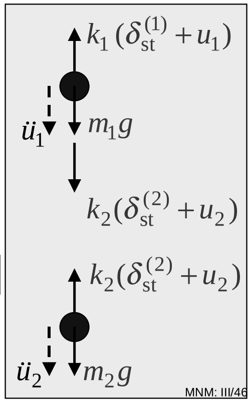
PRIMER E:
DINAMIČNO RAVNOTEŽJE NA VZMETEH NIHAJOČIH MAS





$u_1 = x_1 - L_1 - \delta_{st}^{(1)}$

$u_2 = x_2 - x_1 - L_2 - \delta_{st}^{(2)}$



Enačbi matematičnega modela določa dinamično ravnotežje:

$$m_1 \frac{d^2 u_1}{dt^2} + k_1 u_1 - k_2 u_2 = 0 \;, \quad m_2 \frac{d^2 u_2}{dt^2} + k_2 u_2 = 0$$

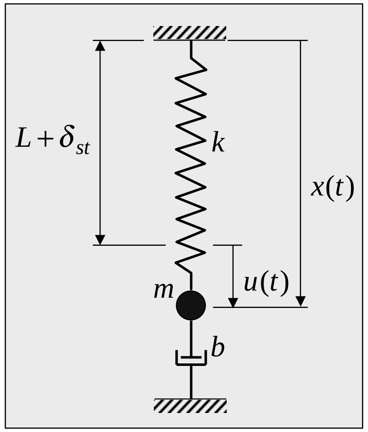
Lastnosti sistema:
- DISKRETNI SISTEM Z DVEMA PROSTOSTNIMA STOPNJAMA
- NESTACIONARNOST

Osnovne spremenljivke:
RAZTEZKA VZMETI u_1, u_2 IZ RAVNOTEŽNE LEGE
ali KOORDINATI POLOŽAJA MAS x_1, x_2

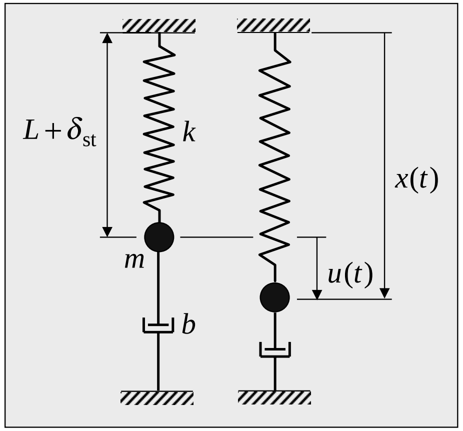
Funkcijska oblika:
SISTEM NAVADNIH HOMOGENIH DIFERENCIALNIH ENAČB

Vrsta problema:
LINEAREN za $k_k \neq k_k(u)$, $k \in M_k = \{1,2\}$
in NELINEAREN za $k_k = k_k(u)$ vsaj za en k iz M_k

PRIMER F:
DINAMIČNO RAVNOTEŽJE NA VZMETI NIHAJOČE MASE Z DUŠENJEM

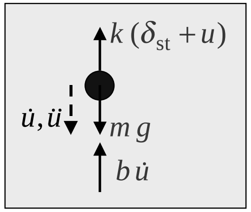


$u = x - L - \delta_{st}$



Enačbo matematičnega modela določa dinamično ravnotežje:

$$m\frac{du^2}{dt^2} + b\frac{du}{dt} + ku = 0$$



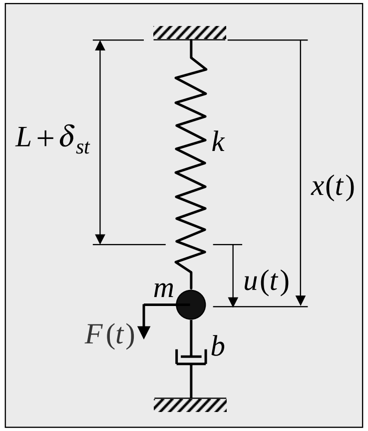
Lastnosti sistema:
- DISKRETNI SISTEM Z ENO PROSTOSTNO STOPNJO
- NESTACIONARNOST

Osnovne spremenljivke:
RAZTEZEK VZMETI u IZ RAVNOTEŽNE LEGE
ali KOORDINATA POLOŽAJA MASE x

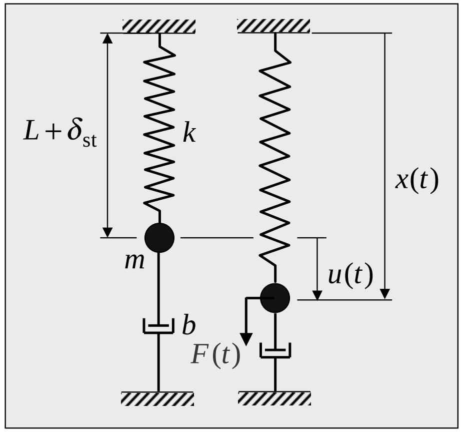
Funkcijska oblika:
NAVADNA HOMOGENA DIFERENCIALNA ENAČBA

Vrsta problema:
LINEAREN za $k \neq k(u)$ in $b \neq b(u)$
in NELINEAREN za $k = k(u)$ ali/in $b = b(u)$

PRIMER G:
DINAMIČNO RAVNOTEŽJE NA VZMETI NIHAJOČE MASE Z DUŠENJEM POD VPLIVOM VZBUJANJA

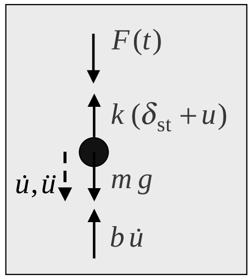


$u = x - L - \delta_{st}$



Enačbo matematičnega modela določa dinamično ravnotežje:

$$m\frac{du^2}{dt^2} + b\frac{du}{dt} + ku = F(t)$$



Lastnosti sistema:
- DISKRETNI SISTEM Z ENO PROSTOSTNO STOPNJO
- NESTACIONARNOST

Osnovne spremenljivke:
RAZTEZEK VZMETI u IZ RAVNOTEŽNE LEGE
ali KOORDINATA POLOŽAJA MASE x

Funkcijska oblika:
NAVADNA NEHOMOGENA DIFERENCIALNA ENAČBA

Vrsta problema:
LINEAREN za $k \neq k(u)$ in $b \neq b(u)$
in NELINEAREN za $k = k(u)$ ali/in $b = b(u)$