ABSOLUTNA IN RELATIVNA NAPAKA
a-točna vrednost
A-približek
r=a-A (def. napake)
Absolutna napaka: Δa=│a - A│
Relativna napaka:δa = │Δa/a│
ZAČETNI PRIBLIŽEK
Narisemo graf ali pa tabeliramokorak h in iščemo koren.
Izberemo si meji intervala[XL,XD], tako da ima funkcija
na mejah nasprotni predznak. ČE je f(XL)*f(XD)<0 potem se
v tem intervalu skriva koren. Pomemben je izbor koraka h, če
je prevelik sta korena preblizu, zato izberemo manjše h/2,h/4,...
NAVADNA ITERATIVNA METODA(lin en)
Enačbo f(x)=0 prevedemo v ekvivalentno x=g(x).Izberemo
začetni približek X0 in ga vstavimo v desno stran enačbe itd.
Xi+1=g(Xi).Napaka ε=Xi+1 – Xi/Xi+1. Metoda konvergira
če ke │g(x)│<1
NEWTONOVA (TANGENTNA METODA)
Izračunati moramo odvod f'(x) in izbrati začetni približek X0
nelinearno funkcijo f(x) nadomestimo s tangentno v točki
(x0,f(x0) in poiščemo kje tangenta seka os x. To je novi
približek. Nadaljne približke računamo po formuli:
Xi+1=X0 – f(X0)/f'(x0) Napaka ε=Xi+1 – Xi/Xi+1. Konvergira
če je X0 dovolj blizu korena
BISEKCIJSKA METODA
Poiščemo tak interval [XL,XD], da funkcija natanko enkrat zamenja
predznak, če velja f(XL)*f(XD)<0 potem je koren zaprt v intervalu
XL<α<XD. Nov približek izračunamo: Xn=(XL+XD)/2. napako ocenimo
ε=XD-XL/XL+XD
SEKANTNA METODA
Izberemo dva približka X0 in X1, nato skozi točke (X0,f(X0)) in
(X1,f(X1)) narišemo sekanto, kjer sekanta seka os x dobimo nov
približek postopek ponavljamo
Xi+1=Xi- (f(xi)*(Xi-1 – Xi))/(f(xi-1)-f(Xi)). ε=Xi+1 – Xi/Xi+1
HORNERJEV ALGORITEM
Polinom: Pn(x)= anXn+an-1Xn-1+...+a2x2+a1x+a0 zapišemo kot
Pn(x)= (((...(anX+an-1)x+...+a3)X+a1)x+a0 njegovo vrednost dobimo
z n množenji in nseštevanji, če tvorimo zaporedje
bn=an, bi=ai+xbi+1 (i=n-1,n-2,...0) dobimo Pn(x)=b0
Odvod izračunamo Pn'(x)=nanXn-1+(n-1)an-1Xn-2+2a2X+a1
Pn"(x)=n(n-1)anXn-2+(n-1)(n-2)an-1Xn-3+...+2a2
Pn(n)=n!an Pn(n+1)=0
GAUSSOV ALGORITEM
Sistem enačb zapišemo v razširjeno matriko koeficientov
Matriko moramo eliminirati. V procesu eliminacije moramo
večkrat deliti s koeficienti, če je kateri od teh nič eliminacije
ne moremo izvesti. Če pa je kakšen zelo majhen se poveča
zaokrožitvena napaka.Pod glavno diagonalo matrike morajo
biti samo 0. Potem lahko iz tretje vrstice izračunamo x3 iz druge
x2 in iz preve x1
DETERMINANTA KVADRATNE MATRIKE
Matrika mora biti trikotna, če ni jo prevedemo na trikotno
pri tem uporabimo lastnosti determinante(če množimo vrstico z
konstanto moramo množiti s konstanto celo determinanto, če
med seboj zamenjamo vrstici se determinanti spremeni predznak.
INVERZNA KVADRATNA MATRIKA
Matrika An*n je nesingularna, če obstaja taka matrika B, da je
AB=BA=I, matriko B ozačimo A-1. AB=I prevedemo na sistem
z n^2 enačb z n^2 neznankami. to so elementi matrike B. Sistem rešimo
po Gaussovi eliminacijski metodi.
GAUSS JORDANOV ALGORITEM
Neznanko moramo eliminirati nad in pod glavno diagonalo. Razširjeno
matriko koef. prevedemo v ekvivalentno diagonalno matriko koef. z 1
na diagonali. Te transformacije prevede vektor desnih strani v vektor
rešitve.Pivotirni element ne sme biti 0. Ko končamo eliminacijo dobimo
rešitev: Xi=bi*
METODA CHOLESKEGA
Vsaka simetrična matrika se da prevesti na produkt dveh matrik A=AT
A=UT*U. Izrazimo U in zapišemo matriko UT izračunamo pomožni
vektor b'. Po enačbi Ux =b' izračunamo resitve. Rešujemo lahko sisteme pri
katerih je matrika koeficientov simetrična in pozitivno definitna.
JACOBIJEVA METODA
f(x)=0 zapisemo v obliki x=g(x) iz vsake enačbe v sistemu izračunamo
komponento vektorja rešitve, ki je pri diagonalnem elementu Xi. Izberemo
začetni približek in vektorX(0).Komponente vektorja X(0) vstavimo v enačbe
in dobimo nov priblžek. Ta postopek ponavljamo dokler se vse komponente dveh
zaporednih vektorjev ne ločijo za manj kot je začetni priblizek.
Nove priblizke računamo iz približkov na prejšnjem koraku
GAUSS – SEIDLOVA METODA
Izračunano novo komponento rešitve takoj uporabimo za računanje nadalnih
komponent približkov.Konvergira če je v vsaki vrstici matrike absolutna
vrednost diagonalnega elementa večja od vsote absolutnih vrednosi
izvendiagonalnih elementov.
Xi=1/aii*(bi- (j=1,i-1)ΣaijX(j,k+1) – (j=i+1,n) ΣaijX(j,k)) i=1,2,...n
NAVADNA ITERATIVNA METODA (sist ne lin enacb)
Sistem nelin. enačb f1(x,y)=0,f2(x,y)=0,prevedemo v ekvivalentnega:
x=g1(x,y), y=g2(x,y), če najdemo tak par št.(α,ß), da je izpolnjena prevedena
enačba je izpolnjena tudi prvotna enačba. Napako ocenimo po formuli
ε=│Xi+1 – Xi/Xi+1│+│Yi+1 – Yi/Yi+1│. Konvergenčni kriterij:
│∂g1/∂x│+│∂g1/∂y│<1, │∂g2/∂x│+│∂g2/∂y│<1
NEWTONOVA ITERATIVNA METODA
Ocenimo začetni približek (X0,y0) rešitve sistema enačb f1(x,y)=0,
f2((x,y)=0. Nato izračunamo boljši približek: Xi+1=Xi+Δxi, Yi+1=Yi+Δyi
Popravka (Δxi, Δyi) izračunamo iz sistema enačb:
∂f1/∂x(Xi,Yi) Δxi+∂f1/∂y(xi,Yi) Δyi= -f1(Xi,Yi)
∂f2/∂x(Xi,Yi) Δxi+∂f2/∂y(xi,Yi) Δyi= -f2(Xi,Yi)
ε=│Xi+1 – Xi/Xi+1│+│Yi+1 – Yi/Yi+1│
PRVI ODVOD FUNKCIJE
Centralno diferenčna formula:
Y1'= Y2-Y0/2h + kh^2
Odvod izračunamo po formuli:
Yih'=Y(Xi+h) – Y(Xi-h)/2h + kh^2= Yih^2 + kh^2
DRUGI ODVOD FUNKCIJE
Y1"=Y0 – 2*Y1 +Y2 + kh^2
Yih"= Y(Xi-h)-Y(Xi)+Y(Xi+h)/h^2 + kh^2
Tem manjši kot je h tem večja je neodstrnljiva napaka in
tem manjša napaka metode.
TRAPECNA METODA
Računamo ploščino trapeza.
T=h/2(f(X0)+2f(X1)+2f(X2)+..+2f(Xn-1)+2f(Xn))
n= (Th/2 – Th)/3

SIMPSONOVA METODA
Funkcijo interpoliramo s kvadratno. Delitvenih točk mora
biti liho število. Podintervalov pa sodo število
$Sn=h/3(f(X0)+4f(X1)+2f(X2)+...+4f(Xn-1)+f(xn))$
$nh/2= (Sh/2- Sh)/15$
$Sh/2=Sh/2+nh/2= (16Sh/2 – Sh)/15$
ROMBERGOVA METODA
Izloča napako pri trapecnih približkih. Temelji na dejstvu,
da se napaka metode pri trapecnem približku integrala izraža z vsoto.
$Ri, j= 4*Ri, j-1 – Ri-1, j-1/4$(na J) – 1
$\varepsilon= \left| Ri, j – Ri-1,j-1 \right|$
h   R00
h/2 R10 R11
h/4 R20 R21 R22
h/8 R30 R31 R32 R33
GAUSSOVA METODA ZA RAČ INTEGRALA
Za računanje polinomov določene stopnje.Metoda je bolj
natančna, čim višja je stopnja polinoma
Enotočkovna formula ∫(v meja -1,1) $f(x)dx= a0f(X0)$
Dvotočkovna formula: ∫(v meja -1,1) $f(x)dx= a0f(X0)+a1f(X1)=$
$=f(-1/\sqrt{3}) + f(1/\sqrt{3})$
INTERPOLACIJA IN APROKSIMACIJA
Pri interpolaciji položimo skozi točke krivuljo. Funkcija
s katero interpoliramo točke je vedno izbrana iz razreda
funkcij ki vsebujejo natanko n prostih parametrov
$f(x,a1,a2,...,an)=y$
Pri aproksimaciji pa iščemo krivuljo, ki najlepše poveže točke
Funkcijo izberemo iz množice funkcij, ki vsebujejo vedno manj
kot n parametrov. $f(x,a1,a2,....,ak)$ $k<n$
METODA NAJMANJŠIH KVADRATOV
Je metoda aproksimacije. S kombinacijo funkcij želimo čim lepše
popisati tabelo.
$g(X)= a0h0+a1h1(x)+...+anhn(x)$ Parametri ak so linearno odvisni
Poiskati moramo minimum funkcije $F=\Sigma(i=1,n)(g(X)- Yi)^2$ vsi parcialni
odvodi $\partial F/\partial ak =0$ od tod dobimo za koef. ak sist. lin.enačb
REGRESIJSKA PREMICA a-bx
Poseben primer aproksimacije. Koef. a in b izračunamo s pomočjo
formul: $F(a,b)=\Sigma(i=1,n)(Yi-(a+bxi))^2$. Funkcijo parcialno odvajamo
$\partial F/\partial a=0$ in $\partial F/\partial b=0$ dobimo sist. lin. enačb
LAGRANGEOV INTERPOLACIJSKI POLINOM
Če so argumenti Xi v tabeli različni potem obstaja natanko
en polinom n-te stopnje
$Pn(X)=\Sigma(k=0,n)Yk*L(k,(n))(x)$
kjer je $L(k,(n))(x)= \pi (k,(n))(x)/\pi(k,(n))(Xk)$
NEWTONOV INTERPOLACIJSKI POLINOM
$Pn(x)=a0+a1(x-x0)+a2(x-x0)(x-x1)+..+an(x-x0)(x-x1)...(x-Xn-1)$
koeficienti morajo ustrezati pogojem:
$Y0=a0$
$y1=a0+a1(x-x0)$
$y2=a0+a1(x-x0)+a2(x-x0)(x-x1)$
Dobimo trikoten sistem enačb:
$a1=(y1-y0)/(x1-x0)$
$a2=((y2-y1)/(x2-x1) – (y1-y0)/(x1-x0))/x2-x0$
AITKENOVA METODA
Računamo neposredno vrednost interpolacijskega polinoma.
Na vsakem koraku izračunamo polimon, ki je za eno stopnjo višji.
Z računanjem prekinemo, ko se zaporedni interpolirani vrednosti
ločita za manj kot je dopustna napaka.
$Pi, j =((Xi-x)Pi-1,j-1 – (Xj-1 –x)Pi, j)/Xi-xj-1$
$J=1,2...,n$ $i=j,j+1,...n$
INVERZNA INTERPOLACIJA
Pri inverzni interpolaciji računamo vrednost onverzne funkcije $x=f(y)$
vrednost spremenljivke x ustreza vrednosti odvisne spremenljivke y,
če je funkcija $y=f(x)$ dana s tabelo.
ZLEPKI
Interpolacijski polinom razdelimo na več polinomov, ki so nižje
stopnje odprvotnega. Te polinome medseboj povežemo in jih
imenujemo zlepki. Kubični zlepki so sestavljeni iz kubičnih
polinomov $Si(x)$ in so definirani samo na intervalu x€[Xi,Xi+1]
$i=0,1,2,...,n-1$.Zlepki so definirani na vsakem podintervalu posebej
in morajo ustrezati posebnim pogojem:morajo biti interpolacijski,
povezanim, zlepljeni, enako ukrivljeni
$Si(x)=ai+bi(X-Xi)+ci(X-Xi)^2+di(X-Xi)^3$