

Diferencialne enačbe in simbolično računanje

13. VAJA

13.1 Diferencialne enačbe prvega reda

Padalec, ki je težak 70kg, skoči z višine 1000m. Določi funkcijo hitrosti v časovnem intervalu 20s po začetku skoka, če padanje opredeli spodnja diferencialna enačba. Začetna hitrost padalca je 0m/s. Uporabi Eulerjevo metodo, metodo Runge-Kutta 4. reda, ter rezultat preveri z Matlabovo funkcijo:



$$m \frac{dv}{dt} = -mg + \frac{4}{15} v^2$$

$$v' = -g + \frac{4}{15m} v^2$$

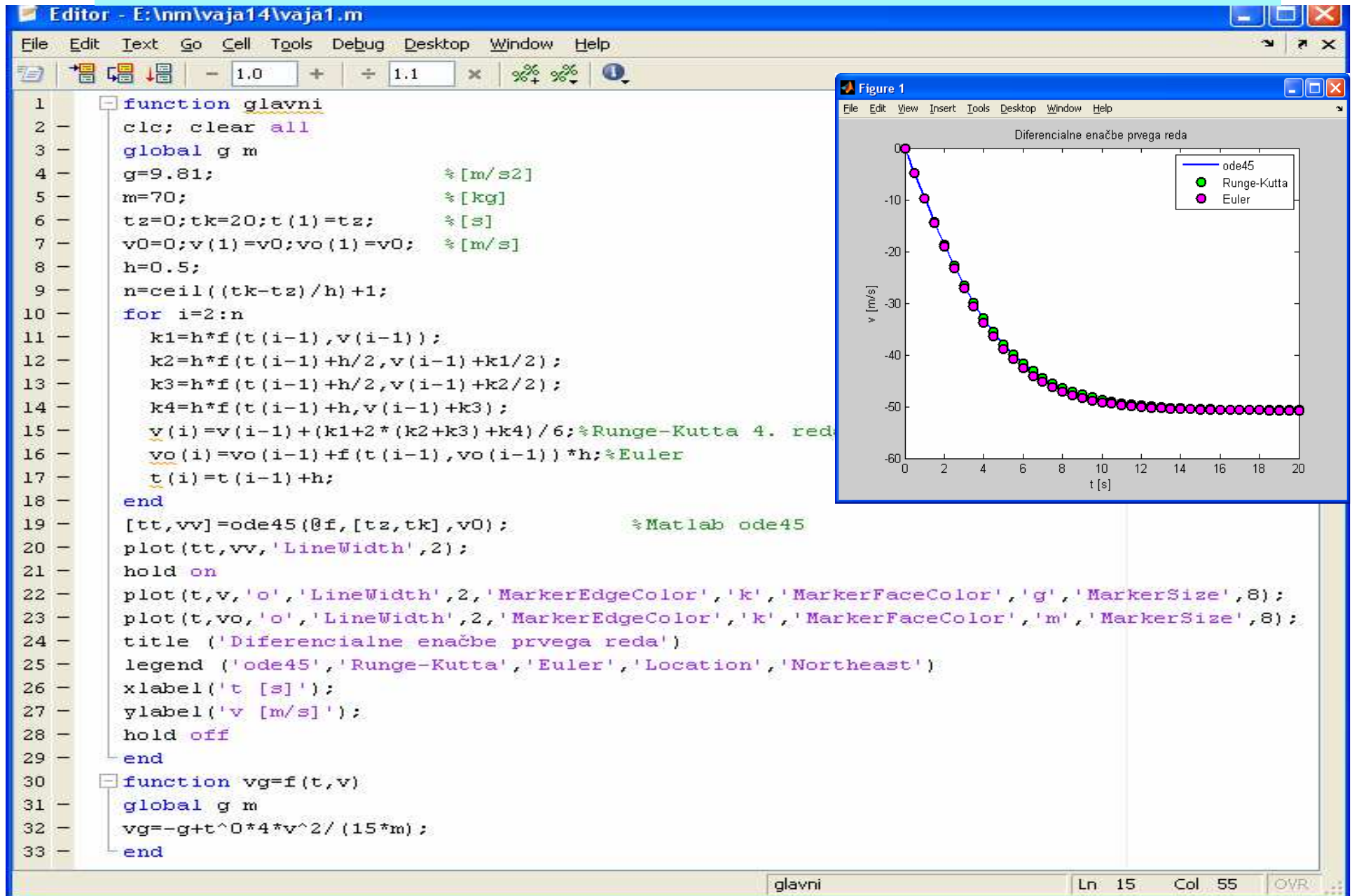
masa 70kg

$g=9.81\text{ms}^{-2}$

$v(0)=0$

$t=[0,20]\text{s}$

13.1 Diferencialne enačbe prvega reda



13.2 Diferencialne enačbe drugega reda

Padalec, ki je težak 70kg, skoči z višine 1000m. Določi funkcijo poti v časovnem intervalu 20s po začetku skoka, če padanje opredeli spodnja diferencialna enačba. Uporabi Matlabova orodja.



$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = -mg + \frac{4}{15} v^2$$

$$s'' = -g + \frac{4}{15m} v^2$$

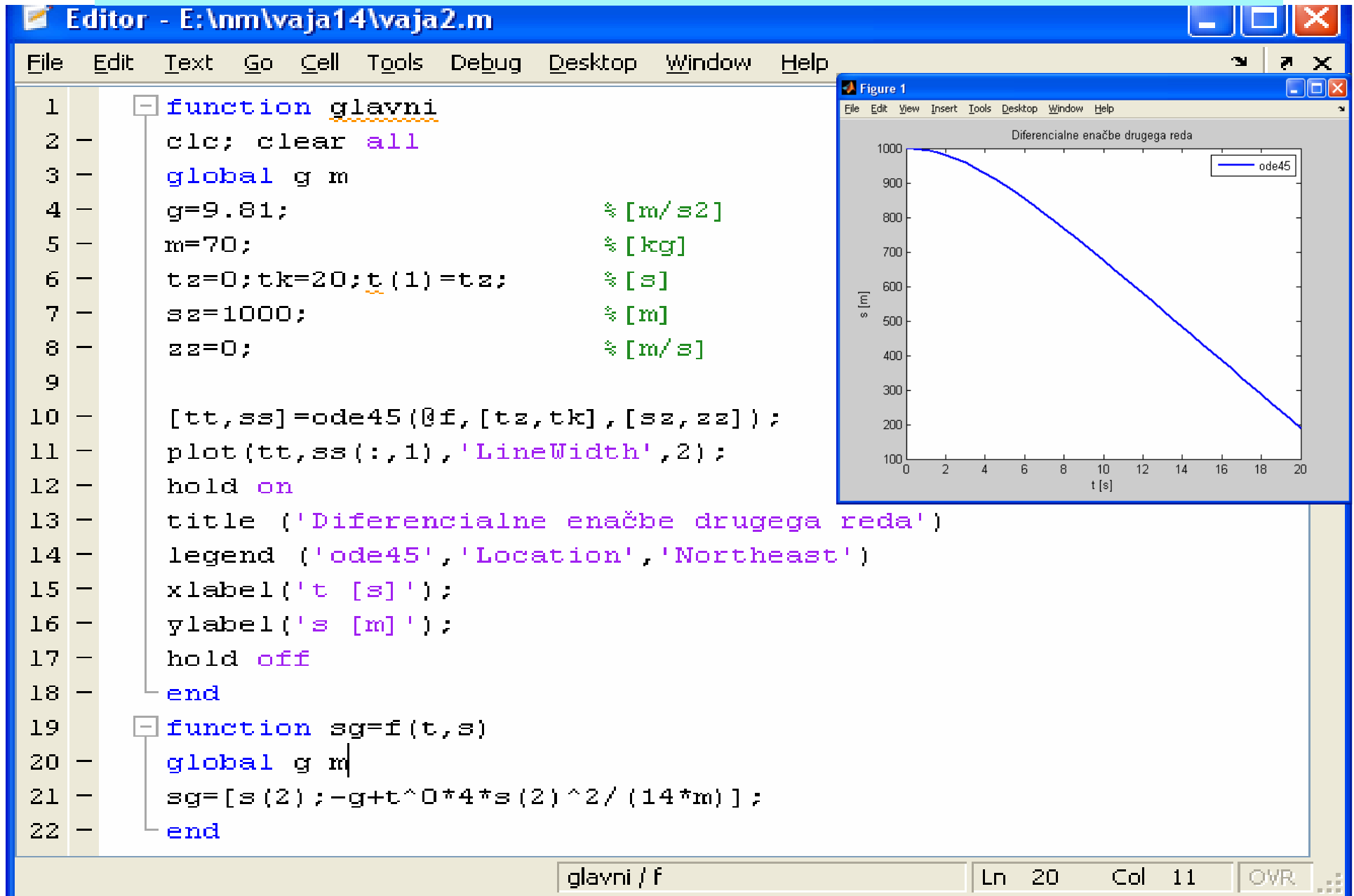
masa 70kg
 $g=9.81\text{ms}^{-2}$
 $s(0)=1000\text{m}$
 $z(0)=0$
 $t=[0,20]\text{s}$

Uvedba nove spremenljivke

$$s' = z$$

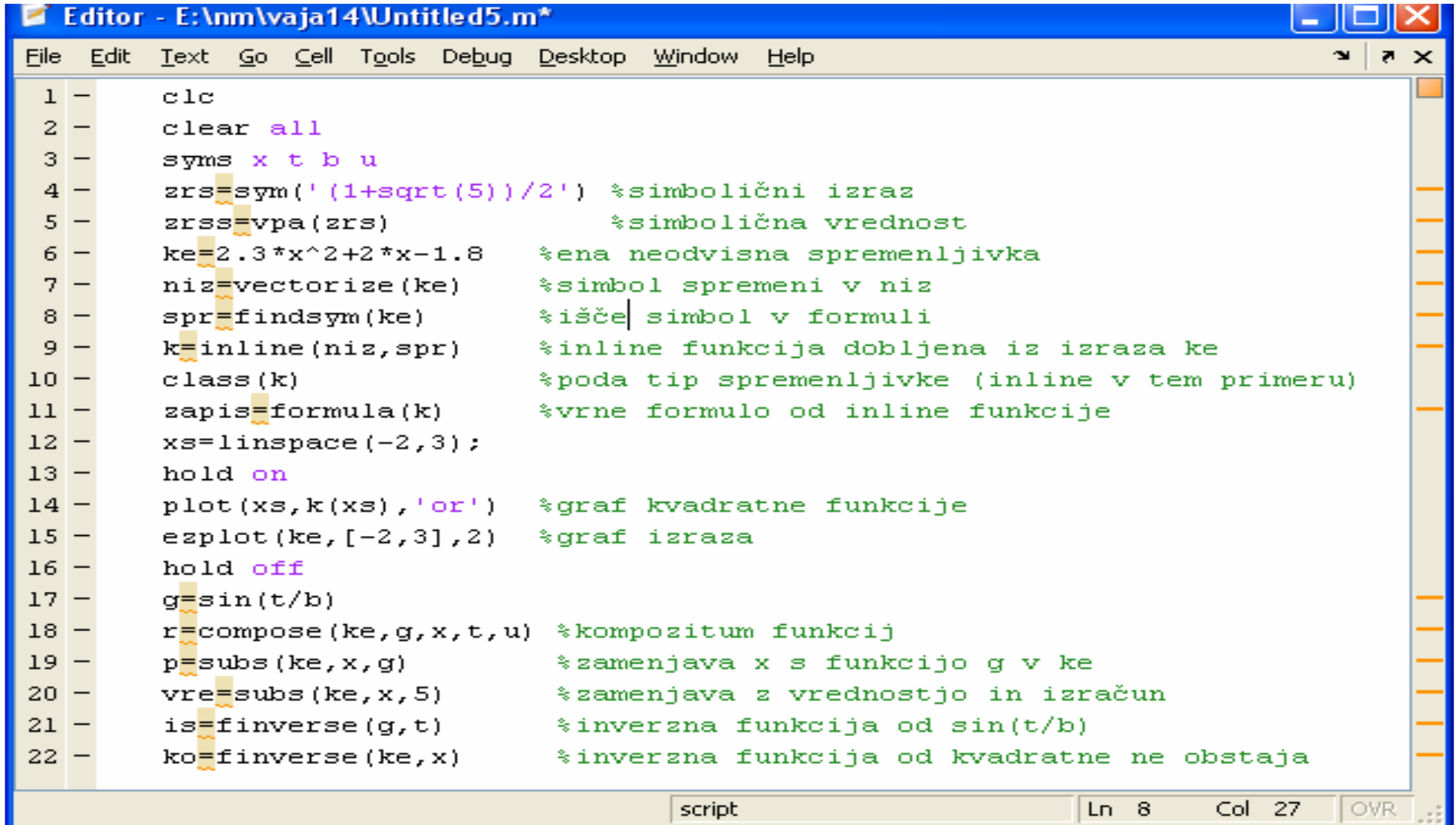
$$z' = -g + \frac{4}{15m} v^2 = s''$$

13.2 Diferencialne enačbe drugega reda



13.3 Simbolično računanje

Primeri uporabe simboličnih spremenljivk, izrazov, transformacij izrazov in računanja, ter risanja grafov s pomočjo simboličnih izrazov.



```
Editor - E:\nm\vaja14\Untitled5.m*
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
1 -   clc
2 -   clear all
3 -   syms x t b u
4 -   zrs=sym('(1+sqrt(5))/2') %simbolični izraz
5 -   zrss=vpa(zrs)           %simbolična vrednost
6 -   ke=2.3*x^2+2*x-1.8     %ena neodvisna spremenljivka
7 -   niz=vectorize(ke)      %simbol spremeni v niz
8 -   spr=findsym(ke)        %išče simbol v formuli
9 -   k=inline(niz,spr)      %inline funkcija dobljena iz izraza ke
10 -  class(k)               %poda tip spremenljivke (inline v tem primeru)
11 -  zapis=formula(k)       %vrne formulo od inline funkcije
12 -  xs=linspace(-2,3);
13 -  hold on
14 -  plot(xs,k(xs),'or')    %graf kvadratne funkcije
15 -  ezplot(ke,[-2,3],2)   %graf izraza
16 -  hold off
17 -  g=sin(t/b)
18 -  r=compose(ke,g,x,t,u) %kompozitum funkcij
19 -  p=subs(ke,x,g)         %zamenjava x s funkcijo g v ke
20 -  vre=subs(ke,x,5)       %zamenjava z vrednostjo in izračun
21 -  is=finverse(g,t)       %inverzna funkcija od sin(t/b)
22 -  ko=finverse(ke,x)      %inverzna funkcija od kvadratne ne obstaja

script Ln 8 Col 27 OVR
```

13.4 Simbolično računanje

Računanje
limit, odvodov, integralov

```
Editor - E:\nm\vaja14\Untitled7.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
1 - clc;clear all:
2 - syms x n y a b t
3 - e=limit((1+1/n)^n,n,inf) %izračun števila e
4 - enu=double(e)
5 - F=(x^2-2*x-7)/(x-1)-(x^2-3*x+6)/(x-4)
6 - L=limit(F,x,2) %pri x=2 je izraz F določen
7 - L=limit(F,x,1) %pri x=1 sta leva in desna limita različni
8 - Ll=limit(F,x,1,'left') % x-->1-0
9 - Ld=limit(F,x,1,'right') % x-->1+0
10 - Lnesk=limit(F,x,inf) %x--> neskončno
11 - yf=log(sqrt(sinh(3*x)))
12 - yd=diff(yf,x) %prvi odvod
13 - yddd=diff(diff(diff(yf,x),x),x) %tretji odvod
14 - ydddk=diff(yf,x,3) %ali tako tretji odvod
15 - f=1/(1+sin(x)+cos(x)) %podintegralska funkcija
16 - F=int(f,x) %nedoločeni integral
17 - Fi=int(f,x,-1,1) %določeni integral f od -1 do 1
18 - VredFi=double(Fi) %numerična vrednost določenega integrala
19 - fi1=exp(t) %podintegralska funkcija
20 - Fi1=int(fi1,t,x^2,3*x^2)%spremenljive meje
21 - fa=x*(1+x)*exp(a*x) %integral s parametrom a
22 - Fa=int(fa,x,1,6) %meje od 1 do 6
23 - Fas=simple(Fa) %poenostavi
24 - pretty(Fa) %lepši zapis
25 - z=exp(x+2*y) %podintegralska funkcija
26 - Di=int(int(z,y,-x,2*x),x,0,4) %dvojni integral
27 - Din=double(Di) %numerična vrednost dvojnega integrala
script Ln 3 Col 28 OVR
```