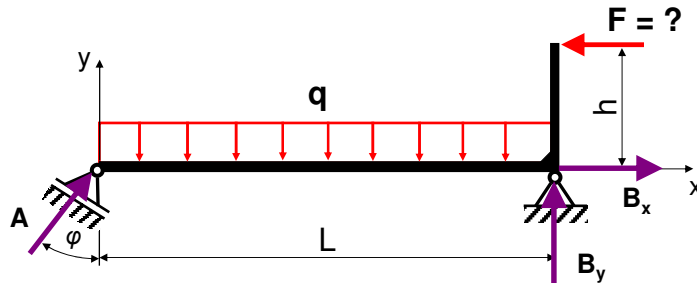


8-1. naloga: izračunajte odvisnost reakcij v podporah nosilca od poljubne sile F



$$"R_x": A \sin(\varphi) + B_x - F = 0$$

$$"R_y": A \cos(\varphi) + B_y - qL = 0$$

$$"M_z": B_y L + Fh - qL \frac{L}{2} = 0$$

$$L = 4.0\text{m}$$

$$h = 1.5\text{m}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

$$q = 3 \text{ kN/m}$$

$$F = ? \text{ kN}$$

NM: V-VIII/1

8-1. naloga: izračunajte odvisnost reakcij v podporah nosilca od poljubne sile F

- preurejen sistem enačb

$$A \sin(\varphi) + B_x - F = 0$$

$$A \cos(\varphi) + B_y = qL$$

$$B_y L + Fh = q \frac{L^2}{2}$$

- matrični zapis sistema enačb

$$\begin{bmatrix} \sin(\varphi) & 1 & 0 & -1 \\ \cos(\varphi) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & L & h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} A \\ B_x \\ B_y \\ F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ qL \\ qL^2/2 \end{Bmatrix}$$

$$[M]\{R\} = \{D\}$$

NM: V-VIII/2

8-1. naloga: izračunajte odvisnost reakcij v podporah nosilca od poljubne sile F

- matrika [pM] je z vektorjem {D} razširjena matrika [M]

$$[pM] = \begin{bmatrix} \sin(\varphi) & 1 & 0 & -1 & 0 \\ \cos(\varphi) & 0 & 1 & 0 & qL \\ 0 & 0 & L & h & qL^2/2 \end{bmatrix}$$

- matrika [RM] je preurejena matrika [pM]

$$[RM] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -h/(L \cos(\varphi)) & qL/(2 \cos(\varphi)) \\ 0 & 1 & 0 & (h \tan(\varphi) - L)/L & -qL \tan(\varphi)/2 \\ 0 & 0 & 1 & h/L & qL/2 \end{bmatrix}$$

NM: V-VIII/3

8-1. naloga: izračunajte odvisnost reakcij v podporah nosilca od poljubne sile F

- rezultat reševanja

$$\begin{Bmatrix} A \\ B_x \\ B_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} qL/(2 \cos(\varphi)) \\ -qL \tan(\varphi)/2 \\ qL/2 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -h/(L \cos(\varphi)) \\ (h \tan(\varphi) - L)/L \\ h/L \end{Bmatrix} F$$

- podani nedoločeni sistem enačb rešujte z uporabo:  
A) funkcije *rref*  
B) operatorja “\” in funkcije *null*

NM: V-VIII/4

8-1-A

```

1 % nedoločen sistem enačb...
2 - clear;
3 - clear all;
4 - L = 4; % [m]
5 - h = 1.5; % [m]
6 - fi = 30; % [°]
7 - q = 3; % [kN/m]
8 % st. neznank
9 - Nn = 4;
10 %
11 - M=[sind(fi),1,0,-1
12     cosd(fi),0,1,0
13     0,0,L,h];
14 - D = [ 0
15         q*L
16         q*L*L/2];
17 - pM=[M,D];
18 % rang(M)=rang(pM)
19 - rM = rank(M);
20 - rpM = rank(pM);
21 - if rM == rpM
22     disp('Enače v sistemu enačb niso med seboj linearno neodvisne. ');
23     return;
24 - end
25 % Če je N prazna matrika, potem obstaja natanko ena rešitev
26 - NM=null(M);
27 - if NM ~= NaN
28     disp('Ne obstaja ena sama rešitev sistema enačb. ');
29 - end

```

Command Window

```

Ne obstaja ena sama rešitev sistema enačb.
Stevilo neznank je več kot enačb - nedoločen s.e.
Uporabljena je Gausa-Jordanova metoda
RM =
    1.0000    0    0   -0.4330    6.9282
         0    1.0000    0   -0.7835   -3.4641
         0    0    1.0000    0.3750    6.0000
P =
     1     2     3
Podaj silo F [kN]: 6
A = 9.53 kN
Bx = 1.24 kN
By = 3.75 kN
>>

```

NM: V-VIII/5

8-1-A

```

25 % Če je N prazna matrika, potem obstaja natanko ena rešitev
26 - NM=null(M);
27 - if NM ~= NaN
28     disp('Ne obstaja ena sama rešitev sistema enačb. ');
29 - end
30 % st. neznank=st. enačb
31 - if (Nn-rM) == 0
32     if (Nn-rM) > 0
33         disp('Stevilo neznank je več kot enačb - nedoločen s.e. ');
34     else
35         disp('Stevilo neznank je manj kot enačb - predločen s.e. ');
36     end
37 - end
38 - disp('Uporabljena je Gausa-Jordanova metoda');
39 - [RM,P]=rref(pM);
40 - F=input('Podaj silo F [kN]: ');
41 - R=RM(:,5)-RM(1,4)*F;
42 - fprintf(' A = %0.2f kN \n',R(1))
43 - fprintf(' Bx = %0.2f kN \n',R(2))
44 - fprintf(' By = %0.2f kN \n',R(3))

```

Command Window

```

Ne obstaja ena sama rešitev sistema enačb.
Stevilo neznank je več kot enačb - nedoločen s.e.
Uporabljena je Gausa-Jordanova metoda
RM =
    1.0000    0    0   -0.4330    6.9282
         0    1.0000    0   -0.7835   -3.4641
         0    0    1.0000    0.3750    6.0000
P =
     1     2     3
Podaj silo F [kN]: 6
A = 9.53 kN
Bx = 1.24 kN
By = 3.75 kN
>>

```

NM: V-VIII/6

## 8-1-B

```

1 % nedoločen sistem enacb
2 - clear;
3 - clear all;
4 L = 4; % [m]
5 h = 1.5; % [m]
6 fi = 30; % [°]
7 q = 3; % [kN/m]
8 % st. neznanj
9 Nn = 4;
10 %
11 M=[sind(fi),1,0,-1
12     cosd(fi),0,1,0
13     0,0,L,h];
14 D = [ 0
15       q*L
16       q*L*L/2];
17 pM=[M,D];
18 % rang(M)=rang(pM)
19 rM = rank(M);
20 rpM = rank(pM);
21 if rM ~= rpM
22     disp('Enache v sistemu enacb niso med seboj linearno neodvisne. ');
23     return;
24 end
25 % Ce je N prazna matrika, potem obstaja natanko ena rešitev
26 NM=null(M);
27 if NM ~= NaN
28     disp('Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb. ');
29 end

```

Command Window

```

Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.
Stevilo neznanj je vec kot enacb - nedolocen s.e.
Podaj silo F [kN]: 6
A = 9.53 kN
Bx = 1.24 kN
By = 3.75 kN
>>

```

NM: V-VIII/7

## 8-1-B

```

27 - if NM ~= NaN
28     disp('Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb. ');
29 end
30 % st. neznanj=st. enacb
31 if (Nn-rM) == 0
32     if (Nn-rM) > 0
33         disp('Stevilo neznanj je vec kot enacb - nedolocen s.e. ');
34     else
35         disp('Stevilo neznanj je manj kot enacb - predolocen s.e. ');
36     end
37 end
38 % [kN] je kopija [M]
39 M=M;
40 % izberemo F=0
41 M(:,4)=[];
42 dMk = det(Mk);
43 if dMk == 0
44     disp('Matrika M je singularna. ');
45     return;
46 end
47 Rk=Mk\D;
48 Rk(4)=0;
49 N=null(M);
50 F=spmc('Podaj silo F [kN]: ');
51 n=N*Rk/N(4)*F;
52 fprintf('A = %0.2f kN \n',R(1))
53 fprintf('Bx = %0.2f kN \n',R(2))
54 fprintf('By = %0.2f kN \n',R(3))
55

```

Command Window

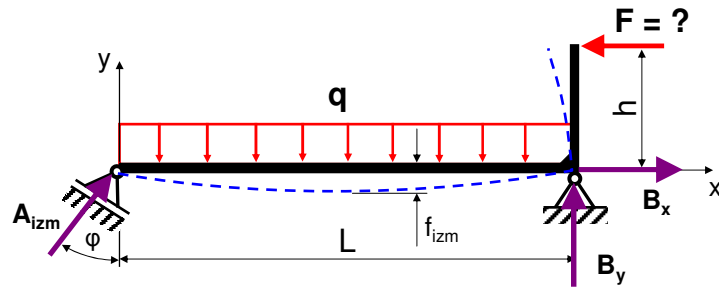
```

Ne obstaja ena sama rešitev sistema enacb.
Stevilo neznanj je vec kot enacb - nedolocen s.e.
Podaj silo F [kN]: 6
A = 9.53 kN
Bx = 1.24 kN
By = 3.75 kN
>>

```

NM: V-VIII/8

8-2. naloga: izračunajte pri kolikšni sili  $F$  so bili izmerjeni podani podatki



$$"R_x": A_{izm} \sin(\varphi) + B_x - F = 0$$

$$"R_y": A_{izm} \cos(\varphi) + B_y - qL = 0$$

$$"M_z": B_y L + Fh - qL \frac{L}{2} = 0$$

$$f_{izm} = \left( \frac{5qL^4}{384} + \frac{3FhL^2}{8} \right) / (EI)$$

$$E = 2. \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

$$I = 3. \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

$$L = 4.0 \text{ m}$$

$$h = 1.5 \text{ m}$$

$$\varphi = 30^\circ$$

$$q = 3 \text{ kN/m}$$

$$A_{izm} = 9.5 \text{ kN}$$

$$f_{izm} = 9 \text{ mm}$$

NM: V-VIII/9

8-2. naloga: izračunajte pri kolikšni sili  $F$  so bili izmerjeni podani podatki

- preurejen sistem enačb

$$B_x - F = -A_{izm} \sin(\varphi)$$

$$B_y = -A_{izm} \cos(\varphi) + qL$$

$$B_y L + Fh = q \frac{L^2}{2}$$

$$\frac{3hL^2}{8EI} = f_{izm} - \frac{5qL^4}{384EI}$$

- matrični zapis sistema enačb

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & L & h \\ 0 & 0 & (3hL^2)/(8EI) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} B_x \\ B_y \\ F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -A_{izm} \sin(\varphi) \\ -A_{izm} \cos(\varphi) + qL \\ qL^2/2 \\ f_{izm} - (5qL^4)/(384EI) \end{Bmatrix}$$

$$[M]\{R\} = \{D\}$$

NM: V-VIII/10

## 8-2. naloga: izračunajte pri kolikšni sili F so bili izmerjeni podani podatki

```

1 %
2 - clear;
3 - clear all;
4 - format long
5 - E=2.e8; % [kN/m2]
6 - I=3.e-5; % [m4]
7 - L=4; % [m]
8 - h=1.5; % [m]
9 - fi=30; % [°]
10 - q=3; % [kN/m]
11 - Aizm=9.5; % [kN]
12 - fizm=0.009; % [m]
13 - M=[1,0, -1
14     0,1, 0
15     0,L, h
16     0 0 (3*h*L*I)/(8*E*I)];
17 - D = [ -Aizm*sind(fi)
18         -Aizm*cosd(fi)+q*L
19         q*L*L/2
20         fizm-(5*q*L^4)/(384*E*I)];
21 - pM=[M,D];
22 % nenanke so tri, enache so štiri
23 % xM je različen od rpM
24 - M=rank(M);
25 - rpM=rank(pM);

```

```

### Uporaba operatorja \ ###
Bx = 1.19 kN
By = 3.77 kN
F = 5.94 kN
Ostaneke:
1.enacba: -0.0000000000 kN
2.enacba: -0.0000063024 kN
3.enacba: +0.0000015756 kNm
4.enacba: -0.0015756052 m

### R=inv(M'*M)*(M'*D) ###
Bx = 1.19 kN
By = 3.77 kN
F = 5.94 kN
Ostaneke:
1.enacba: +0.0000000000 kN
2.enacba: -0.0000063024 kN
3.enacba: +0.0000015756 kNm
4.enacba: -0.0015756052 m
>>

```

NM: V-VIII/11

## 8-2. naloga: izračunajte pri kolikšni sili F so bili izmerjeni podani podatki

```

26 %
27 % 1. varianta
28 %
29 - R1=M\D;
30 - disp('### Uporaba operatorja \ ###')
31 - fprintf('Bx = %0.2f kN \n',R1(1))
32 - fprintf('By = %0.2f kN \n',R1(2))
33 - fprintf('F = %0.2f kN \n',R1(3))
34 - kontrolai=P*M*R1;
35 - disp('Ostaneke:')
36 - fprintf(' 1.enacba: %+0.10f kN \n',kontrolai(1))
37 - fprintf(' 2.enacba: %+0.10f kN \n',kontrolai(2))
38 - fprintf(' 3.enacba: %+0.10f kNm \n',kontrolai(3))
39 - fprintf(' 4.enacba: %+0.10f m \n',kontrolai(4))
40 %
41 % 2. varianta
42 %
43 - C=M'*M;
44 - d=M'*D;
45 % inv(C) = C^(-1)
46 - R2=inv(C)*d;

```

```

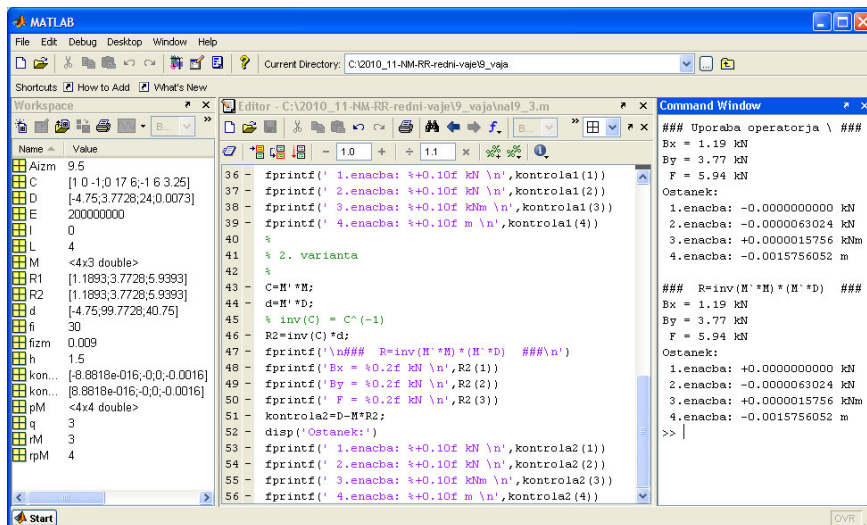
### Uporaba operatorja \ ###
Bx = 1.19 kN
By = 3.77 kN
F = 5.94 kN
Ostaneke:
1.enacba: -0.0000000000 kN
2.enacba: -0.0000063024 kN
3.enacba: +0.0000015756 kNm
4.enacba: -0.0015756052 m

### R=inv(M'*M)*(M'*D) ###
Bx = 1.19 kN
By = 3.77 kN
F = 5.94 kN
Ostaneke:
1.enacba: +0.0000000000 kN
2.enacba: -0.0000063024 kN
3.enacba: +0.0000015756 kNm
4.enacba: -0.0015756052 m
>>

```

NM: V-VIII/12

### 8-2. naloga: izračunajte pri kolikšni sili F so bili izmerjeni podani podatki



```

MATLAB
File Edit Debug Desktop Window Help
Current Directory: C:\2010_11-NM-RR-redni-vaje9_vaja

Workspace
Name Value
Aizm 9.5
C [1 0 -1.0 17 6; -1.6 3.25]
D [-4.75; 3.7728; 24; 0.0073]
E 200000000
l 0
L 4
M <4x3 double>
R1 [1.1893; 3.7728; 5.9393]
R2 [1.1893; 3.7728; 5.9393]
d [-4.75; 99.7728; 40.75]
fi 30
fizm 0.009
h 1.5
kon... [-8.8818e-016; 0; 0; -0.0016]
kon... [8.8818e-016; 0; 0; -0.0016]
pM <4x4 double>
q 3
rM 3
rpM 4

Editor - C:\2010_11-NM-RR-redni-vaje9_vaja\anal9_3.m
36 - fprintf(' 1.enacba: %0.10f kN \n', kontrola1(1))
37 - fprintf(' 2.enacba: %0.10f kN \n', kontrola1(2))
38 - fprintf(' 3.enacba: %0.10f kNm \n', kontrola1(3))
39 - fprintf(' 4.enacba: %0.10f m \n', kontrola1(4))
40 %
41 % 2. varianta
42 %
43 - C=M'*M;
44 - d=M'*D;
45 % inv(C) = C^(-1)
46 - R2=inv(C)*d;
47 - fprintf('\n### R=inv(M'*M)*(M'*D) ###\n')
48 - fprintf(' Bx = %0.2f kN \n', R2(1))
49 - fprintf(' By = %0.2f kN \n', R2(2))
50 - fprintf(' F = %0.2f kN \n', R2(3))
51 - kontrola2=D-M*R2;
52 - disp('Ostaneke:');
53 - fprintf(' 1.enacba: %0.10f kN \n', kontrola2(1))
54 - fprintf(' 2.enacba: %0.10f kN \n', kontrola2(2))
55 - fprintf(' 3.enacba: %0.10f kNm \n', kontrola2(3))
56 - fprintf(' 4.enacba: %0.10f m \n', kontrola2(4))

Command Window
### Uporaba operatorja \ ###
Bx = 1.19 kN
By = 3.77 kN
F = 5.94 kN
Ostaneke:
1.enacba: -0.0000000000 kN
2.enacba: -0.0000063024 kN
3.enacba: +0.0000015756 kNm
4.enacba: -0.0015756052 m

### R=inv(M'*M)*(M'*D) ###
Bx = 1.19 kN
By = 3.77 kN
F = 5.94 kN
Ostaneke:
1.enacba: +0.0000000000 kN
2.enacba: -0.0000063024 kN
3.enacba: +0.0000015756 kNm
4.enacba: -0.0015756052 m
>>
    
```

NM: V-VIII/13

### 8-3. naloga: določite polinomsko interpolacijsko funkcijo in interpolirajte vrednost funkcije

$$y(x) \approx P(x)$$

$$P_{N-1}(x) = \sum_{k=1}^N C_k x^{k-1} \quad (\text{matematika})$$

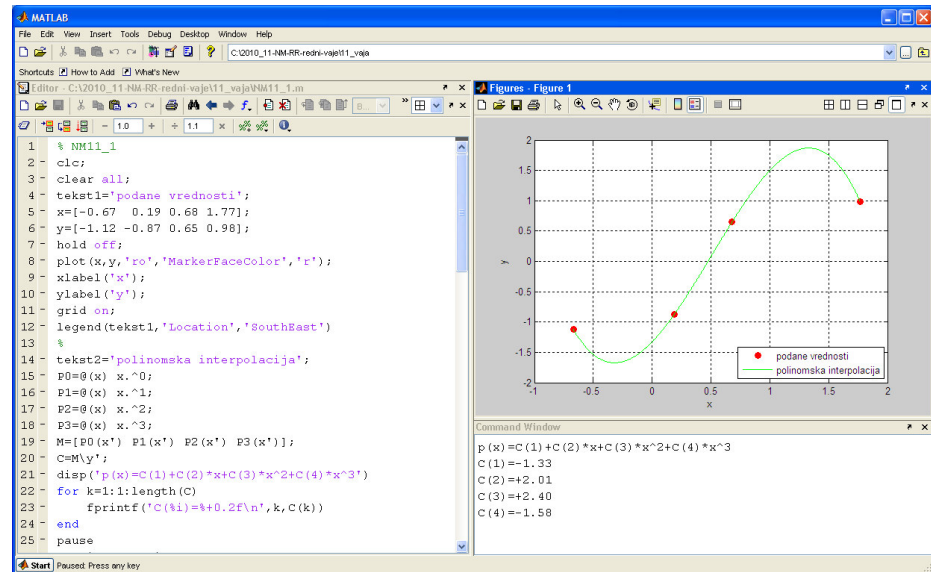
$$P_{N-1}(x) = \sum_{k=N}^1 C_k x^{N-k} \quad (\text{MATLAB polyfit})$$

x	y
-0.67	-1.12
0.19	-0.87
0.68	0.65
1.77	0.98

- 1) Izračunajte koeficiente interpolacijskega polinoma in ga analitično zapišite.
- 2) Narišite interpolacijski polinom in izračunajte  $y(1.3)$ .
- 3) Tabelirajte tabelirano funkcijo na intervalu od -1 do 2 po koraku 0.5 .
- 4) Izračunajte ničlo tabelirane funkcije z inverzno interpolacijo in s funkcijo *roots*.

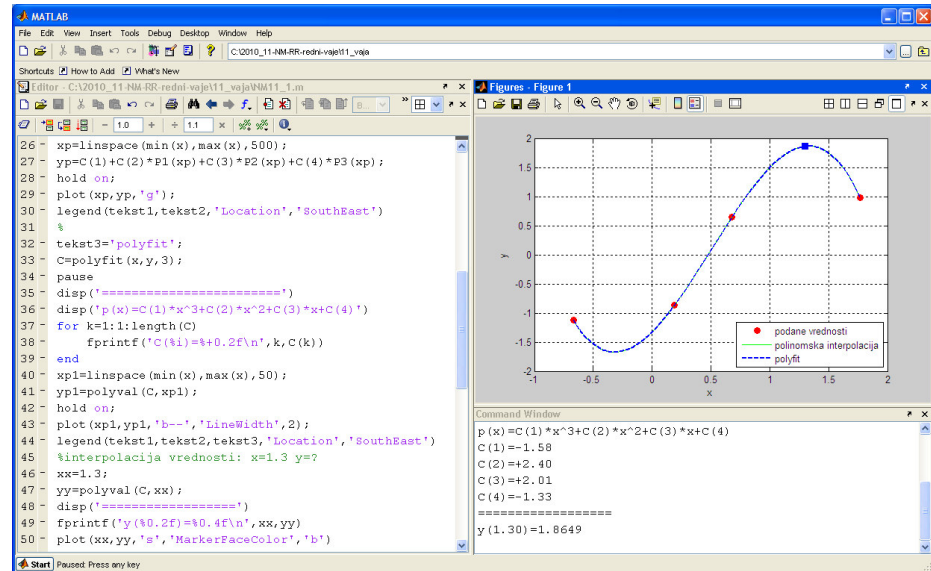
NM: V-VIII/14

### 8-3. naloga: določite polinomsko interpolacijsko funkcijo in interpolirajte vrednost funkcije



NM: V-VIII/15

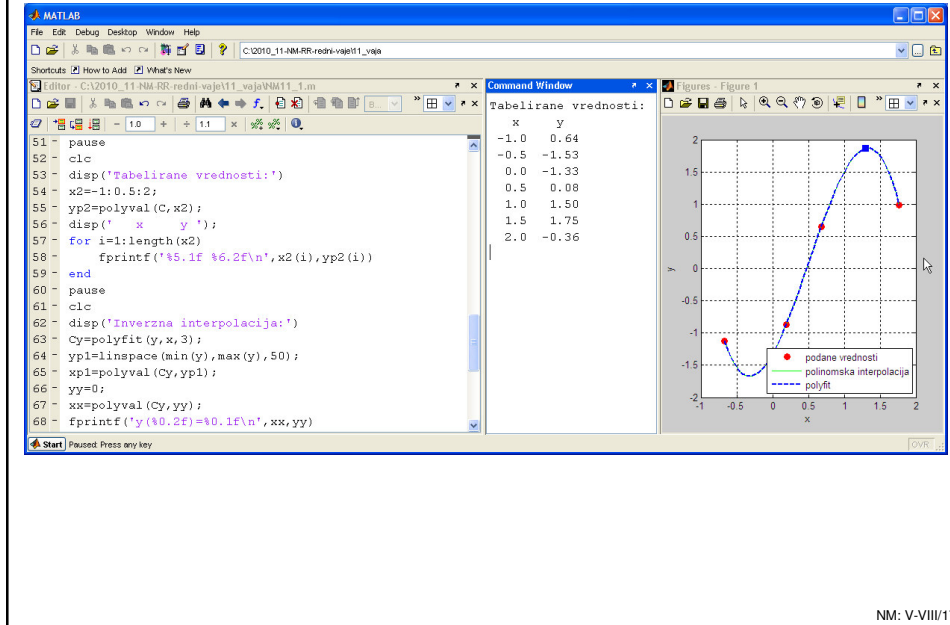
### 8-3. naloga: določite polinomsko interpolacijsko funkcijo in interpolirajte vrednost funkcije



NM: V-VIII/16

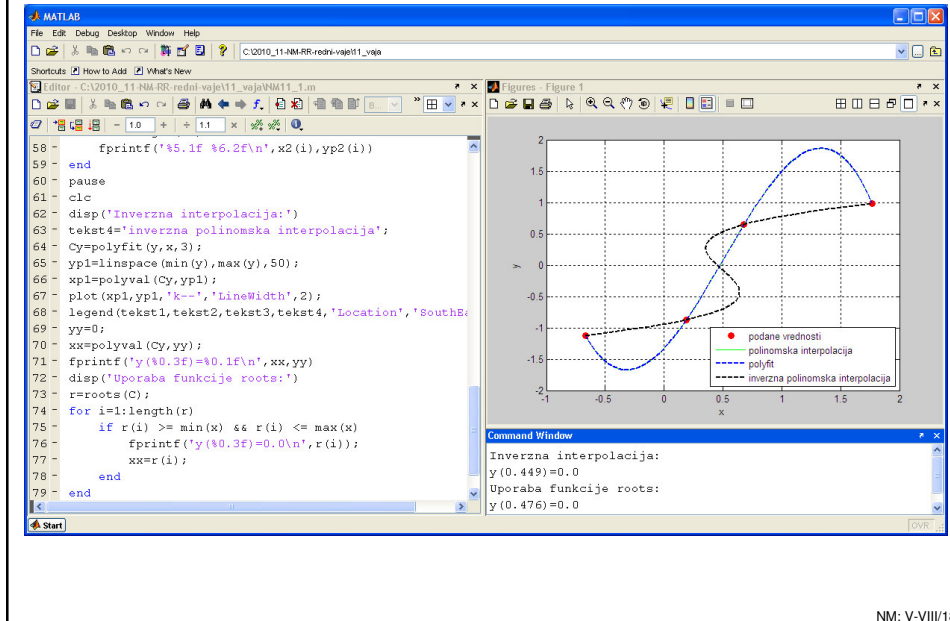


### 8-3. naloga: določite polinomsko interpolacijsko funkcijo in interpolirajte vrednost funkcije



NM: V-VIII/17

### 8-3. naloga: določite polinomsko interpolacijsko funkcijo in interpolirajte vrednost funkcije



NM: V-VIII/18