

# Različne naloge

## 12. VAJA

## 12.1 Reševanje sistema linearnih enačb-Cramer

Reši sistem linearnih enačb po Cramerjevi metodi in preveri rezultat z uporabo operatorja \.

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 3 & 7 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2 \\ 4 \\ 4 \end{Bmatrix}$$

$$\det(a) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

Cramerjeva metoda

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} \quad x_1 = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & a_{12} & a_{13} \\ d_2 & a_{22} & a_{23} \\ d_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}}{\det(a)} \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & d_1 & a_{13} \\ a_{21} & d_2 & a_{23} \\ a_{31} & d_3 & a_{33} \end{vmatrix}}{\det(a)} \quad x_3 = \frac{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & d_1 \\ a_{21} & a_{22} & d_2 \\ a_{31} & a_{32} & d_3 \end{vmatrix}}{\det(a)}$$

Opomba: Matlabova funkcija det(a) izračuna determinanto matrike a

# 12.2 Reševanje sistema linearnih enačb-Cramer

The image shows the MATLAB 7.6.0 (R2008a) interface. The Command Window on the left displays the following output:

```
A =  
  
     1     3     2  
     4     3     5  
     3     7     4  
  
D =  
  
     2  
     4  
     4  
  
Cramer  
  
x =  
  
    -0.1667    0.1667    0.8333  
  
operator \  
  
ans =  
  
    -0.1667    0.1667    0.8333  
  
>>
```

The Editor window on the right shows the following MATLAB script:

```
1 %Izračun sistema nelinearnik enačb  
2 % po Cramerjevi metodi  
3 -  
4 - clear all;  
5  
6 - A=[1,3,2  
7     4,3,5  
8     3,7,4]  
9 - D=[2,4,4]'  
10  
11 - A1=[D,A(:,2),A(:,3)];  
12 - A2=[A(:,1),D,A(:,3)];  
13 - A3=[A(:,1),A(:,2),D];  
14 - x(1)=det(A1)/det(A);  
15 - x(2)=det(A2)/det(A);  
16 - x(3)=det(A3)/det(A);  
17 - disp('Cramer')  
18 - x  
19 - disp('operator \')  
20 - (A\D)'
```

The status bar at the bottom indicates the script is at line 8, column 6.

## 12.2 Nedoločeni sistemi linearnih enačb

$$2x_1 + 3x_2 - 8x_3 + 4x_4 - 42x_6 = 16$$

$$-2x_1 - 11x_2 + 18x_3 - 2x_4 - 11x_5 + 8x_6 = -133$$

$$2x_1 + 3x_2 - 8x_3 + 4x_4 + 10x_5 + 8x_6 = 66$$

Reši zgornji nedoločeni sistem enačb z uporabo funkcij v Matlabu:

-rref funkcija

-operator \

-QR razcep

# 12.2 Nedoločeni sistemi linearnih enačb

```
C:\vaje NM IR\numerične\nm\vaja 10\nedoloceni.m*
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
[Icons]
1 -   clc;clear all
2
3 -   A=[ 2 3 -8 4 0 -42;-2 -11 18 -2 -11 8;2 3 -8 4 10 8]
4 -   b=[16 -103 66] '
5
6 -   [R,v]=rref([A,b])%uporaba funkcije rref
7 -   xp=A\b %uporaba operatorja \
8 -   N=null(A)
9 -   e1=N(:,1)
10 -  e2=N(:,2)
11 -  e3=N(:,3)
12 -  t=rand(1,3)
13 -  xa=zeros(1,length(A))
14 -  for i=1:length(v)
15 -      xa(v(i))=R(i,length(R))
16 -  end
17 -  xa=xa'+t(1)*e1+t(2)*e2+t(3)*e3
18 -  ost=A*xa-b %kontrola splosne resitve rref
19 -  xc=xp+t(1)*e1+t(2)*e2+t(3)*e3
20 -  ost=A*xc-b %kontrola splosne resitveb \
21 -  [Q,R,P]=qr(A) %s qr algoritmom
22 -  XP=P*(R\ (Q'*b))
23 -  NN=null(A)
24 -  XC=XP+t(1)*NN(:,1)+t(2)*NN(:,2)+t(3)*NN(:,3)
25 -  ost=A*XC-b %kontrola splosne resitve QR
26
```

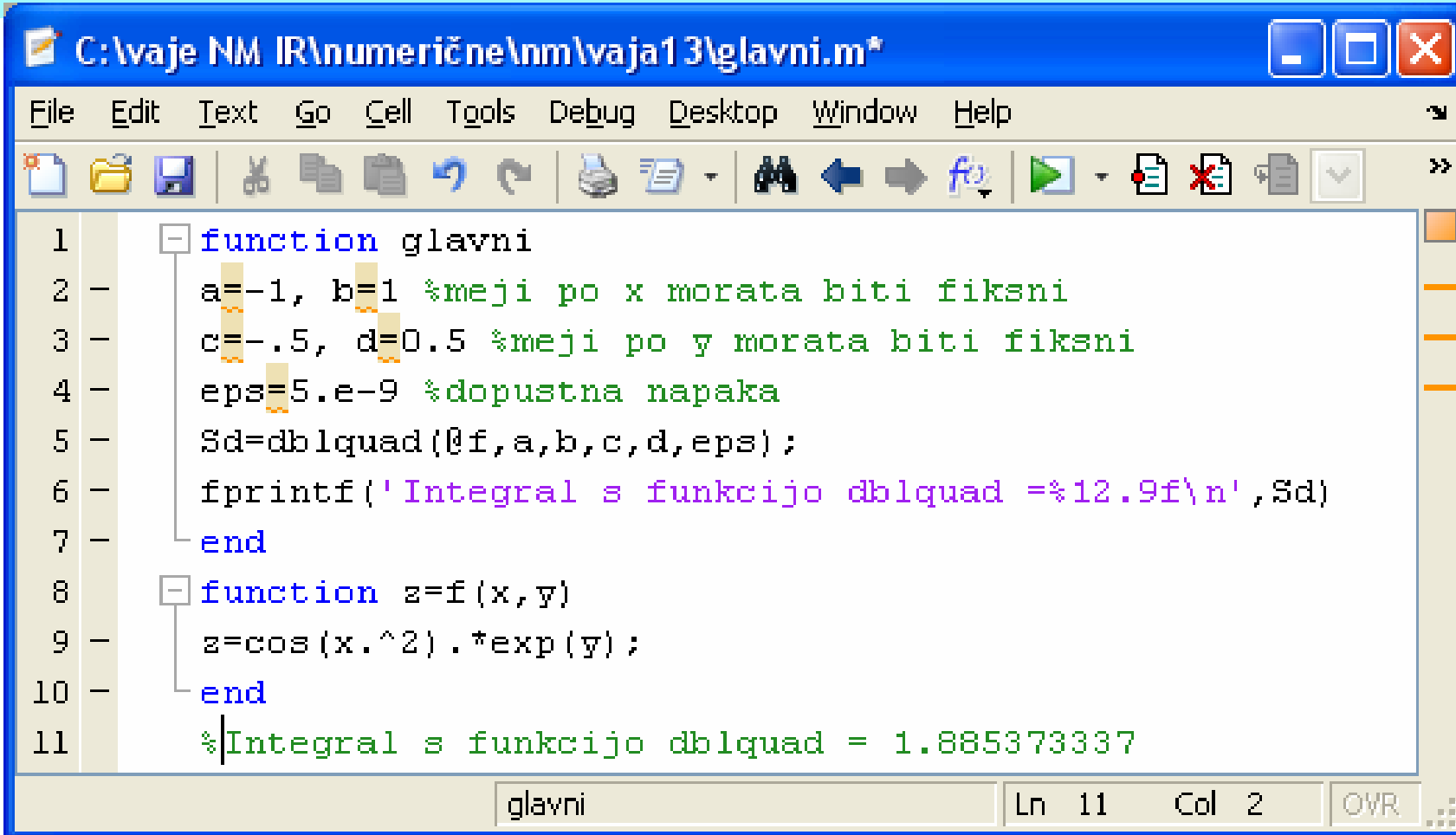
script Ln 26 Col 1 OVR

## 12.3 Dvojni integral

Izračunaj določeni dvojni integral z matlab funkcijo `dblquad(@f,a,b,c,d,eps)`;

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-0.5}^{0.5} \cos(x^2)e^y dx dy$$

## 12.3 Dvojni integral



The screenshot shows a MATLAB script window titled "C:\vaje NM IR\numerične\lm\vaja13\glavni.m\*". The script defines a function "glavni" and a sub-function "z=f(x,y)". The "glavni" function sets parameters: a=-1, b=1 (x limits), c=-0.5, d=0.5 (y limits), and eps=5.e-9 (tolerance). It uses the "dblquad" function to calculate the integral of "z" over the region [a,b] x [c,d]. The result is printed as "Integral s funkcijo dblquad = 1.885373337".

```
1 function glavni
2 - a=-1, b=1 %meji po x morata biti fiksni
3 - c=-.5, d=0.5 %meji po y morata biti fiksni
4 - eps=5.e-9 %dopustna napaka
5 - Sd=dblquad(@f,a,b,c,d,eps);
6 - fprintf('Integral s funkcijo dblquad =%12.9f\n',Sd)
7 - end
8 function z=f(x,y)
9 - z=cos(x.^2).*exp(y);
10 - end
11 %Integral s funkcijo dblquad = 1.885373337
```

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-0.5}^{0.5} \cos(x^2) e^y dx dy$$

## 12.4 Integral

Izračunaj določeni integral z matlabovo funkcijo trapz in quad na 5 mest natančno.

$$I = \int_1^2 \ln(x) dx$$



# 12.4 Integral

```
Editor - C:\WAJENM~1\NUMERI~1\nm\vaja13\Nal3a.m
File Edit Text Desktop Window Help
[Icons] [Icons] [Icons] [Icons] [Icons] [Icons] [Icons] [Icons] [Icons] [Icons]
1  %Trapezna metoda
2  clc; clear all;
3  f=inline('log(x)','x');
4  a=1;b=2;n=2;
5  x=linspace(a,b,n);
6  y=f(x);
7  eps=10e-6;
8  h=(b-a)/(n-1);
9  TS=trapez(x,y);
10 for i=1:100
11     n=2*n-1;
12     h=(b-a)/(n-1);
13     x=linspace(a,b,n);y=f(x);
14     TN=trapez(x,y); %Matlabova funkcija
15     if abs((TN-TS)/3)<eps, break, end;
16     TS=TN;
17 end
18 %izpis
19 fprintf('Vrednost integrala po trapezni metodi %15.10f\n',TN);
20 fprintf('Vrednost integrala oi Simpsonu je %15.10f\n',quad(f,a,b,eps));
21 %Test
22 %Vrednost integrala po trapezni metodi    0.3862918180
23 %Vrednost integrala oi Simpsonu je    0.3862943343|
script Ln 23 Col 51 OVR
```

## 12.5 Računaje števila pogojenosti

Izračunaj število pogojenosti Hilbertove matrike

$$\mathbf{H}_7 = \begin{bmatrix} \frac{1}{1} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{8} & \frac{1}{9} & \frac{1}{10} & \frac{1}{11} & \frac{1}{12} & \frac{1}{13} \end{bmatrix}$$

Reši sistem  $\mathbf{H}_7 \mathbf{x} = \mathbf{b}$  pri enojni in dvojni natančnosti.

Izračunaj število pogojenosti:

$$\text{cond}(\mathbf{H}_7) = \|\mathbf{H}_7\| \|\mathbf{H}_7^{-1}\|$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 7 & \frac{1479}{280} & \frac{5471}{1260} & \frac{3119}{840} & \frac{22549}{6930} & \frac{16081}{5544} & \frac{157309}{60060} \end{bmatrix}$$

\* primer si oglej v knjigi J.Petrišič: Reševanje enačb.

## 12.5 Računanje števila pogojenosti

```
Editor - C:\vaje NM IR\numerične\nm\vaja 10\hilb1.m
File Edit Text Go Cell Tools Debug Desktop Window Help
[Icons]
1 -   clc
2 -   clear all
3 -   disp 'Pimer računanja pogojenosti Hilbertove matrike';disp ' '
4 -   disp 'Hilbertova matrika z enojno natančnostjo'
5 -   H=[1/1 1/2 1/3 1/4 1/5 1/6 1/7
6 -       1/2 1/3 1/4 1/5 1/6 1/7 1/8
7 -       1/3 1/4 1/5 1/6 1/7 1/8 1/9
8 -       1/4 1/5 1/6 1/7 1/8 1/9 1/10
9 -       1/5 1/6 1/7 1/8 1/9 1/10 1/11
10 -      1/6 1/7 1/8 1/9 1/10 1/11 1/12
11 -      1/7 1/8 1/9 1/10 1/11 1/12 1/13];
12 -   HH=single(H)
13 -   disp 'Desna stran z enojno natančnostjo'
14 -   b=[7, 1479/280, 5471/1260,3119/840,22549/6930,16081/5544,157309/60060];
15 -   bb=single(b)
16 -   disp 'Netočno izračunan sistem'
17 -   HH\bb'
18 -   disp ' ';disp 'Hilbertova matrika z dvojno natančnostjo'
19 -   H
20 -   disp 'Desna stran z dvojno natančnostjo'
21 -   b
22 -   disp 'Rezultat'
23 -   H\b'
24 -   format long
25 -   disp 'Računanje norme matrike H in norme inverzne matrike H'
26 -   disp 'Produkt obeh norm nam da število pogojenosti'
27 -   norm(H,1)*norm(inv(H),1)
28 -   disp 'Število pogojenosti dobljeno z ukazom cond'
29 -   cond(H,1)
script Ln 28 Col 49 OVR
```

Izračun števila pogojenosti  
Hilbertove matrike

Rezultat - število pogojenosti je  
 $9.8 \cdot 10^8$

Število pogojenosti je veliko –  
sistem je slabo pogojen