TEHNIČNA AKUSTIKA

RAČUNSKE VAJE

Z mikrofonom smo izmerili signal zvočnega tlaka. RMS izmerjenega signala zvočnega tlaka je p_{RMS}=19.5 Pa. Ocenjena napaka mikrofona kot senzorja za zvočni tlak skupaj z elemnti za obdelavo signala znaša 5 %. Kakšna je raven zvočnega tlaka in kako jo opišemo?

$$L_p = 20\log\frac{p_{RMS}}{p_0} = 59{,}78009231 \text{ dB}$$

Merilno napako, ki smo jo določili za izmerjeni signal lahko zapišemo tudi z decibeli.

$$\Delta Lp = L_{p0} - L_{p1} = 20\log\frac{p_{RMS,0}}{p_0} - 20\log\frac{p_{RMS,1}}{p_0} = 20\log\frac{p_{RMS,0}}{p_{RMS,1}}$$

$$\Delta Lp = 20\log\frac{1{,}05}{1{,}00} = 0.4dB$$

Iz zapisa sledi da pri zapisu rezultatov meritev že prva decimalka ni točna. Ravni zvočnega tlaka, intenzivnosti in zvočne moči se največkart podajajo s celimi števili. Za naš primer bi bil rezultat izmerjene ravni hrupa zapisan

$$Lp = 60\text{dB}$$

V primeru da bi želeli rezultate podati v skladu s standardi bi ga zapisali v obliki:

$$\text{Lp} = 59{,}8 \pm 0{,}4 \text{ dB}$$

Zvočnik ki deluje z zvočno močjo W ustvarja na razdalji 10 m v prostem zvočnem polju raven zvočnega tlaka *Lp* = 70 dB. Za koliko se dvigne raven zvočnega tlaka, če zvočnik zane delovati z 8 kratno močjo ($W_2=8W_1$) ?

$$L_w = 10\log\frac{W_1}{W_0} = 10\log\frac{IS_1}{W_0} = 10\log\frac{4\pi r^2 II_0}{I_0 W_0} = L_I + 20\log r + 11 \approx L_p + 20\log r + 11$$

Do rezultata lahko pridemo na več načinov. Izračunamo lahko kakšno zvočno moč zvočnik ima in jo nato povečamo in izračunamo zvočni tlak z novo močjo. Temu pa se lahko izognemo če samo opazujemo enačbe za izračun ravni in njihove povezave:

$$L_w \approx L_p + 20\log r + 11$$

$$W_1 = W_0 10^{\frac{L_w}{10}}$$

$$W_2 = 8W_1$$

$$L_{w2} = 10\log\frac{W_2}{W_0}$$

$$L_{p2} \approx L_{w2} - 20\log r - 11$$

Do enakega rezultata lahko pridemo tudi na elegantnejši način brez izračunavanja zvočnih moči.

$$L_{p2} \approx L_{w2} - 20\log r - 11$$

$$L_{w2} = 10\log\frac{8W_1}{W_0} = 10\log W_1 + 10\log 8$$

$$L_{p2} \approx L_{w1} + 10\log 8 - 20\log r - 11$$

Dani zvočni vir ima popolnoma sferično obliko sevanja hrupa. Na razdalji 5m povzroči hrup z ravnjo zvočnega tlaka Lp(r_0)=74 dB. Kakšno raven bi izmerili na razdalji 10 m od vira in kakšno na razdalji 2.5 m od vira?

NAČIN 1:

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\sin(\omega t - kr)$$

$$p_{RMS}^2(r) = \frac{A^2}{2r^2}$$

$$p^2{}_{RMS,0} = \frac{A^2}{2r_0{}^2}$$

$$A^2 = 2r_0^2 p_{RMS,0}^2$$

$$Lp(r) = 10\log\frac{p_{RMS}^2(r)}{p_0^2}$$

$$Lp(r) = 10\log\frac{A^2}{2r^2 p_0^2} = 10\log\frac{2r_0^2 p_{RMS}^2}{2r^2 p_0^2} = Lp(r_0) + 20\log\frac{r_0}{r}$$

NAČIN 2:

Zvočna moč je produkt intenzivnosti in površine. Zvočna moč je konstantna. Intenzivnost se zmanjšuje z oddaljenostjo od vira ker se povečuje površina:

$$W = \oint IdS \Rightarrow W = \sum_{i=1}^{n} I_i \Delta S_i \Rightarrow W = IS$$

$$W = \frac{p_{RMS}^2(r_0)}{\rho c}4\pi r_0^2 = \frac{p_{RMS}^2(r)}{\rho c}4\pi r^2$$

$$p_{RMS}^2(r) = p_{RMS}^2(r_0)\frac{r_0^2}{r^2}$$

$$L_p(r) = L_p(r_0) + 10\log\frac{r_0^2}{r^2}$$

NAČIN 3

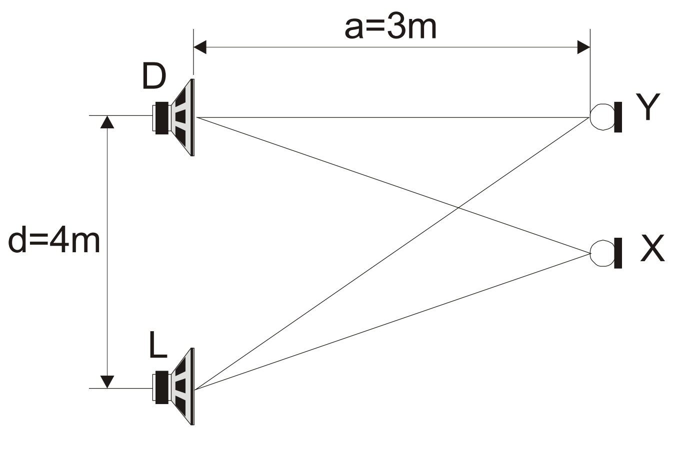
$$L_w = L_p(r_0) + 20\log r_0 + 11 = L_p(r) + 20\log r + 11$$

$$L_p(r) = Lp(r_0) + 20\log r_0 - 20\log r$$

$$L_p(r) = L_p(r_0) + 20\log\frac{r_0}{r}$$

V prostem zvočnem polju imamo postavljena dva vira z enako zvočno močjo. Zanima nas kakšna je raven zvočnega tlaka na mestih X in Y v prostem zvočnem polju. Na mestu X smo izmerili, da je raven zvočnega tlaka ki jo generira en vir enaka 70 dB.

a) Kakšna je raven zvoka v točki X v primeru da oba vira oddajata koherenten zvok s frekvenco 100 Hz
b) Kakšna je raven zvoka v točki Y v primeru da oba vira oddajata koherenten zvok s frekvenco 100 Hz
c) Kakšna je raven zvoka v točki Y v primeru da vira oddajata zvok različnih frekvenc, ki niso v celoštevilskem razmerju



a) RAVEN V TOČKI X

Razdalja od mikrofona do obeh zvočnikov je enaka. Zvočni impulz iz obeh zvočnikov bo prispel do mikrofona istočasno. To pomeni da tudi sinusni signal iz enega zvočnika glede na drugega ne bo imel fazne razlike, oziroma bo le ta zanemarljivo majhna. Uporabljena enačba zahteva amplitudo signala zvočnega valovanja in ne RMS njegovega signala. Argument sinusa predstavlja fazni kot med signaloma iz L in D zvočnika.

$$p^2{}_{RMS,X} = p^2{}_{RMS,L} + p^2{}_{RMS,D} + 2p_{RMS,L}p_{RMS,D}\cos\varphi$$

Ker sta amlitudi iz L in D zvočnika enaki in ni fazne razlike je izraz za $p^2_{RMS,X}$ v točki X poenostavljen:

$$p_{RMS} = p_{RMS,L} = p_{RMS,D}$$

$$p^2{}_{RMS,X} = 4p^2_{RMS}$$

$$Lp,x = 10\log\frac{4p_{RMS}}{p_0} = L_p + 10\log 4 = Lp + 6dB$$

Raven zvočnega tlaka se v točki X dvigne za 6 dB če začne delovati drugi zvočnik, ki koherentno generira enako diskretno frekvenco kot prvi.

b) RAVEN V TOČKI Y

Razdalji od vira do poslušalca se razlikujeta. V prvem koraku bomo upoštevali samo fazno razliko, v drugem koraku pa bomo upoštevali še razliko ravni zaradi različnih oddaljenosti od vira

$$p_{RMS} = p_{RMS,L} = p_{RMS,D} = p_0 10^{\frac{Lp}{20}} = 0.063 \text{ Pa}$$

Fazni zamik je dejansko razlika v poti ki jo opravi valovanje. Krajevno koordinato zamika moramo spremeniti v kot. V primeru da je razlika v opravljeni poti dveh valovanj enaka valovni dolžini, potem fazna razlika sicer obstaja a je taka da nima vpliva na skupni zvočni tlak.

Pot iz D zvočnika do točke Y je dolga a = 3m.

Pot iz L zvočnika do točke Y je dolga $r = \sqrt{a^2 + d^2}$ = 5m

Razlika v poti je torej Δx = 2 m.

Fazni kot ki je posledica različno dolgih akustičnih poti izračunamo s pomočjo enačbe:

$$\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} 2\pi$$

Za naš primer ko imamo frekvenco f=100Hz ki ima valovno dolžino λ=3,44 m je fazni kot enak:

$$\varphi = 1.163\ \pi$$

Če sedaj vse vrednosti vnesemo v enačbo:

$$p^2{}_{RMS,X} = 2p^2_{RMS} + 2p^2_{RMS} \cos\varphi$$

$$p^2{}_{RMS,X} = 2p^2_{RMS}(1 + \cos\varphi)$$

Fazna razlika je taka, da sta zvočni valovanji zamaknjeni za toliko, da se njuna skupna amplituda zmanjša.

$$\cos 1.163\pi = -\ 0.872$$

$$p^2{}_{RMS,X} = 0.001 \text{ Pa}$$

$$Lp,x = 10\log\frac{p^2_{RMS}}{p_0} = 64 \text{ dB}$$

To pomeni da imamo v točki Y destruktivno interferenco ki zniža raven tlaka za 6 dB

RAVEN V TOČKI Y

Sedaj bomo upoštevali še razliko med ravnema dveh valovanj zaradi različne oddaljenosti od vira. Raven ki jo posamezen zvočnik ustvari v točki X je 70 dB. Razdalja od obeh virov do točke X je enaka in znaša 3.6 m.
Da izračunamo kolikšna je raven posameznega zvočnika v točki Y uporabimo enačbo:

$$L_p(r) = L_p(r_0) + 20\log\frac{r_0}{r}$$

L zvočnik v točki Y povzroči raven :

$$L_p(r) = L_p(r_0) + 20\log\frac{r_0}{r} = 70dB + 20\log\frac{3.6}{3.0} = 70dB + 1.6dB = 71.6dB$$

$$p_{RMS,L,Y} = p_0 10^{\frac{Lp(r)}{20}} = 0.076 \text{ Pa}$$

D zvočnik v točki Y povzroči raven:

$$L_p(r) = L_p(r_0) + 20\log\frac{r_0}{r} = 70dB + 20\log\frac{3.6}{5} = 70dB - 2.8dB = 67.1dB$$

$$p_{RMS,D,Y} = p_0 10^{\frac{Lp(r)}{20}} = 0.046 \text{ Pa}$$

Sedaj lahko uporabimo enačbo za seštevanje zvočnih virov

$$p^2{}_{RMS,Y} = p^2{}_{RMS,L} + p^2{}_{RMS,D} + 2p_{RMS,L}p_{RMS,D}\cos\varphi$$

$$p^2{}_{RMS,Y} = 0.005776 + 0.002116 + 2 * 0.076 * 0.046 * \cos\varphi$$

$$p^2{}_{RMS,Y} = 0.007892 + 0.003496 * \cos(1.163\,\pi)$$

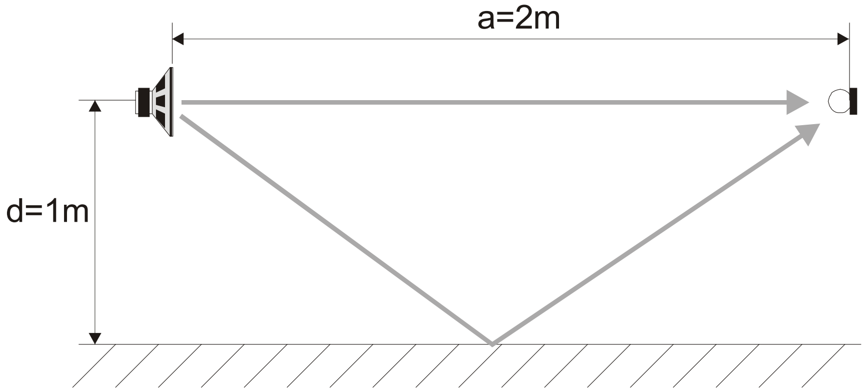
$$p^2{}_{RMS,Y} = 0.007892 + 0.003496 * \cos(1.163\,\pi)$$

$$p^2{}_{RMS,Y} = 0.0048 Pa^2$$

$$L_{p,Y} = 10\log\frac{p^2_{RMS,Y}}{p_0^2} = 70.8 \text{ dB}$$

Iz rezultata vidimo da je raven zvoka iz bližjega D zvočnika 71.6 dB iz daljnega L zvočnika pa 67.1 dB. Zaradi faznega neujemanja prihaja do destruktivne interference. ker pa sta amplitudi dveh seštevajočih se valovanj različni tudi interferenca ni popolna in je zato zmanjšanje ravni zvoka samo 0.8 dB

Zvočni vir je postavljen na višini 1 m od betonskih tal. Vse ostale stene imajo koeficient absorpcije ki zagotavlja zadostno dušenje in so 10 m oddaljene od vira. Izmeriti želimo spekter hrupa ki ga ustvari zvočni vir. Kako odboj od betonskih tal vpliva na izmerjeni spekter. Zanima nas kaj se zgodi z izmerjenim spektrom, če gremo z mikrofonom vedno dlje in kaj se zgodi če gremo vedno bližje viru



Zaradi razično dolgih poti valovanja prihaja do fazne razlike med direktnim valom in odbitim valom. Sešteto valovanje pri mikrofonu je torej odvisno od njune fazne razlike. Le ta pa je odvisna od razlike v poti in od frekvence. Osnovna enačba ki opisuje fazni zamik med dvema valovanjima ki opravita različno dolgo pot je:

$$\varphi = \frac{\Delta x}{\lambda} 2\pi$$

Akustična pot od vira do mikrofona je 2 m.

Akustična pot od zvočnika do mikrofona preko popolnega odboja od tal je dolga $2\sqrt{2}$ m.

Razlika v opravljeni poti valovanja je torej 0.83m.

V prvem koraku bomo izračunali vpliv frekvence na fazno razliko in s tem posledično na izmerjeni spekter, brez vpliva padca ravni zvočnega tlaka zaradi podaljšanja akustične poti.

$$p^2{}_{RMS,x} = p^2{}_{RMS,d} + p^2{}_{RMS,o} + 2 p_{RMS,d}\, p_{RMS,o} \cos\varphi$$

RMS zvočnega tlaka odbitega valovanja na mestu mikrofona je enak RMS zvočnega tlaka direktnega valovanja.

$$p^2{}_{RMS} = p^2{}_{RMS,d} = p^2{}_{RMS,o}$$

Zato lahko enačbo za RMS zvočnega tlaka skupnega valovanja zapišemo v obliki:

$$p^2{}_{RMS,x} = 2 p^2{}_{RMS} + 2 p^2{}_{RMS} \cos\varphi$$

oziroma

$$p^2{}_{RMS,x} = 2p^2{}_{RMS}(1+\cos\varphi)$$

Vidimo da je RMS skupnega zvočnega tlaka odvisen od fazne razlike in da se spreminja od maksimalno štirikratne vrednosti posamezne vrednosti RMS do 0. Torej moramo poiskati maksimume in minimume zadnjega člena

$$(1+\cos\varphi)\text{=min, max}$$

$$\left(1+\cos\frac{\Delta x}{\lambda}2\pi\right) = \min,\max$$

Maksimum funkcije je 2 pri vrednostih ulomka $\frac{\Delta x}{\lambda} = 0,1,2,3,...$

Minimum funkcije je 0 pri vrednostih ulomka $\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2},...$

Povezava med hitrostjo širjenja valovanja, njegovo frekvenco in valovno dolžino vedno velja. Hitrost širjenja zvoka je v slišnem območju neodvisna od frekvence in pri normalnih pogojih znaša 340 m/s.

$$c = \lambda f = \lambda\frac{\omega}{2\pi} \qquad \omega=2\pi f \qquad \lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$$

Glede na to da je razlika v dolžini opravljene poti valovanja konstantna in poznana, in da je odvisna od valovne dolžine, lahko poiščemo tiste frekvence pri katerih bomo imeli popolno izničenje dveh valovanj in popolno seštevanje dveh valovanj.

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{\Delta x\omega}{2\pi c}$$

Popolno seštevanje, kjer se RMS skupnega zvočnega tlaka poveča za štirikrat bomo imeli pri naslednjih kotnih hitrostih - frekvencah

$$\omega_{\max,i} = \frac{2\pi c}{\Delta x}(0,1,2,3...)$$

$\omega_{max,0} = 0\ rad^{-1} \Rightarrow f_{max,0} = 0$ Hz
$\omega_{max,1} = 2573\ rad^{-1} \Rightarrow f_{max,1} = 409$ Hz
$\omega_{max,2} = 5146\ rad^{-1} \Rightarrow f_{max,2} = 819$ Hz

Popolno izničenje dveh valovanj bomo imeli pri naslednjih frekvencah

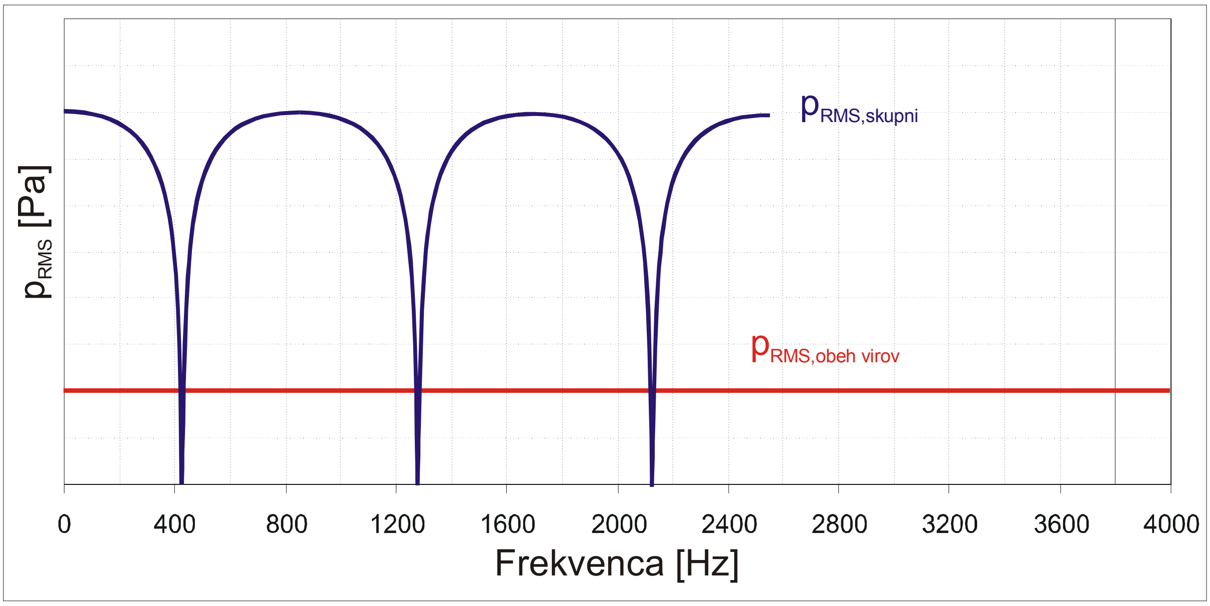
$$\omega_{\min,i} = \frac{2\pi c}{\Delta x}\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},\frac{5}{2}...\right)$$

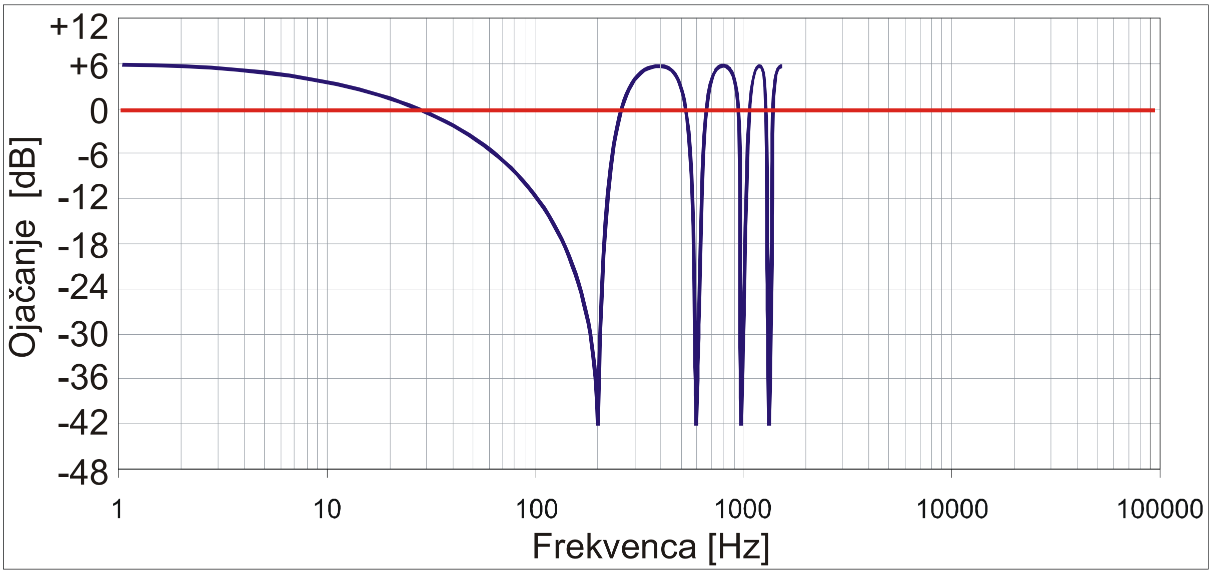
$\omega_{min,1} = 1287\ rad^{-1} \Rightarrow f_{min,1} = 204$ Hz
$\omega_{min,2} = 3860\ rad^{-1} \Rightarrow f_{min,2} = 614$ Hz

Pri popolnem izničenju dveh valovanj je RMS skupnega valovanja enak 0 Pa. Zaradi tega je teoretična raven zvočnega tlaka pri teh frekvencah enaka -∞ dB.

Pri popolnem seštevanju dveh valovanj ki sta v fazi pa dobimo novo valovanje kjer je kvadrat RMS vrednosti zvočnega tlaka štirikrat višji od kvadrata RMS vrednosti posameznega valovanja. Tako se raven skupnega valovanja dvigne za 6 dB.

Rezultati so prikazani na spodnji sliki

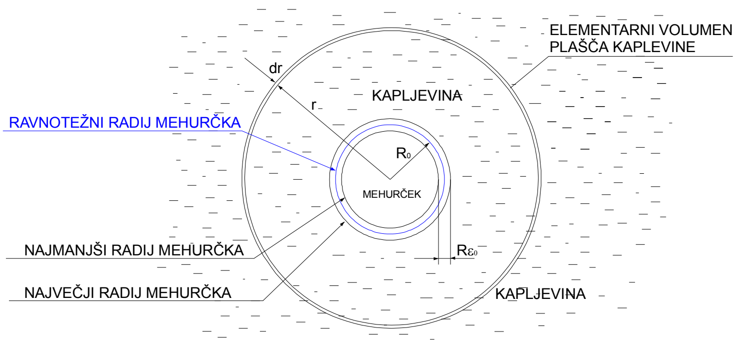




NARAVNO NEDUŠENO NIHANJE SFERIČNEGA MEHURČKA

Izračunaj s kakšno frekvenco niha - oscilira mehurček v vodi 1 m globoko, če je njegov premer 0.3 mm.

Mehurček se odzove na spremembo tlaka v tekočini tako, da novo ravnotežje tlakov vzpostavi s spremembo volumna. Mehurček ima več načinov osciliranja. omejili se bomo na enostavno osciliranje volumna, pri katerem je mehurček ves čas idealno sferičen. Med osciliranjem mehurčka in nihanjem mase na vzmeti lahko potegnemo analogijo. Plin in para dajeta mehurčku prožnost - vzmetno konstanto sistema. Gibanje kapljevine okoli mehurčka, ki je posledica njegovega osciliranja, pa daje sistemu vztrajnost - maso sistema.



Slika 10: Pogoji pri idealno sferični oscilaciji mehurčka okoli ravnotežnega stanja

Predpostavimo da mehurček oscilira z majhnimi amplitudami okoli svojega ravnotežnega radija.

$$R = R_0 + R\varepsilon(t)$$

$$R = R_0 - R\varepsilon_0 e^{i\omega t}$$

Negativen predznak označuje zmanjšanje radija pri povečanju pritiska. Kinetično energijo tekočine, ki se premika zaradi oscilacij mehurčka, lahko izračunamo z integriranjem mase elementarnega volumna plašča in njegove hitrosti.

$$W_{kin} = \int_R^\infty 4\pi r^2 \rho \dot{r}^2 dr$$

Predpostavili smo nestisljivo kapljevino, tako da velja:

$$\frac{\dot{r}}{\dot{R}} = \frac{R^2}{r^2}$$

in kinetična energija je:

$$W_{kin} = 2\pi R^3 \rho \dot{R}^2$$

Maksimalno kinetično energijo ima mehurček v ravnotežnem stanju ko je:

1. $R = R_0$
2. $\dot{R} = i\omega R\varepsilon_0 e^{i\omega_0 t}$ in $\left|\dot{R}\right|^2 = \left(\omega_0 R\varepsilon_0\right)^2$

sedaj pa lahko zapišemo:

$$W_{kin,\max} = \frac{1}{2} m_{RF}{}^{rad} \left(R\varepsilon_0 \omega_0\right)^2$$

Pri tem je $m_{RF}{}^{rad}$ radiacijska masa nihajočega mehurčka v sistemu radij # sila.

$$m_{RF}{}^{rad} = 4\pi R_0{}^3 \rho$$

Če predpostavimo, da imamo nihanje mehurčka z majhno amplitudo in brez dušenja, potem lahko določimo tudi potencialno energijo (notranja energija plina v mehurčku). Potencialna energija je največja takrat, ko je kinetična enaka 0, to se pravi v trenutku ko je:

$$R = R_0 + R\varepsilon_0 \text{ in } \dot{R} = 0$$

$$W_{pot,\max} = -\int_{V_0}^{V_{\min}} \left(p_g - p_0\right) dV = -\int_{R_0}^{R_0 - R\varepsilon_0} \left(p_g - p_0\right) 4\pi r^2 dr$$

Predpostavimo politropno kompresijo $pV^n = konst$, tako da lahko z upoštevanjem $R\varepsilon = R - R_0$, izračunamo pogoje v ravnotežnem stanju, glede na tiste pri minimalnem volumnu.

$$\left(\frac{p_g}{p_0}\right) = \left(1 + \frac{R\varepsilon}{R_0}\right)^{3n}$$

Enačbo binomsko razširimo

$$p_g - p_0 = 3n \frac{R\varepsilon}{R_0} p_0$$

in jo vstavimo v enačbo za maksimalno potencialno energijo:

$$W_{pot,\max} = \int_0^{R\varepsilon_0} 3np_0 \frac{R_\varepsilon}{R_0} 4\pi R_0{}^2 dR\varepsilon$$

$$W_{pot,\max} = 6\pi n p_0 R_0 R\varepsilon_0{}^2$$

Če enačbi za maksimalno potencialno in maksimalno kinetično energijo izenačimo dobimo približek lastne normalne frekvence mehurčka:

$$\omega_0 \approx \frac{1}{R_0} \sqrt{\frac{3np_0}{\rho}}$$

pri tem je:
p_0 = hidrostatični tlak kaplevine ob mehurčku v statičnem ravnotežju
n = koeficient politrope
R_0 = ravnotežni radij mehurčka

ρ = gostota kapljevine

Prenos toplote je zajet v koeficientu politrope. Površinska napetost je zanemarjena, zato je enačba merodajna za večje mehurčke. Predpostavili smo nestisljivost kapljevine, zato enačba opisuje manjše oscilacije z manjšimi hitrostmi stene mehurčka. Minnaert je ugotovil, da pri večjih mehurčkih lahko zanemarimo prenos toplote in je predpostavil adiabatno spremembo in tako določil MINNAERT-ovo frekvenco osciliranja mehurčka

$$\omega_M = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{3\chi p_0}{\rho}}$$