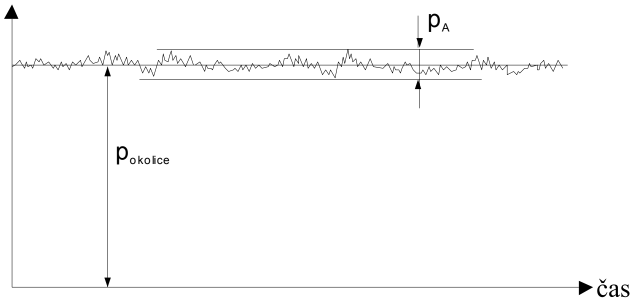
TEHNIČNA AKUSTIKA

1. VAJA Teoretične osnove

1. ZVOK

Pri premikanju površine po cevi (bat s hitrostjo v) se pred površino ustvari tlak (zastojni tlak). Če gibanje površine ustavimo tudi zastojni tlak na površini bata pade na tlak okolice. Zaradi masnih lastnosti zraka in zaradi stisljivosti, ki daje vzmetno konstanto, se zastojni tlak po prenehanju gibanja površine odlepi od površine in se širi po cevi
Zvok zaznavamo kot časovno spreminjajočo se majhno tlačno motnjo, ki se spreminja okoli ravnotežnega tlaka medija. V zraku govorimo o nihanju zvočnega tlaka okoli atmosferskega tlaka. Zvočni tlak v kapljevinah niha okoli hidrostatičnega tlaka. V dani točki trdnega telesa, nihajo napetosti okoli ravnotežnih napetosti.



Slika 1: Zvok kot časovno spreminjajoča se tlačna motnja okoli atmosferskega tlaka.

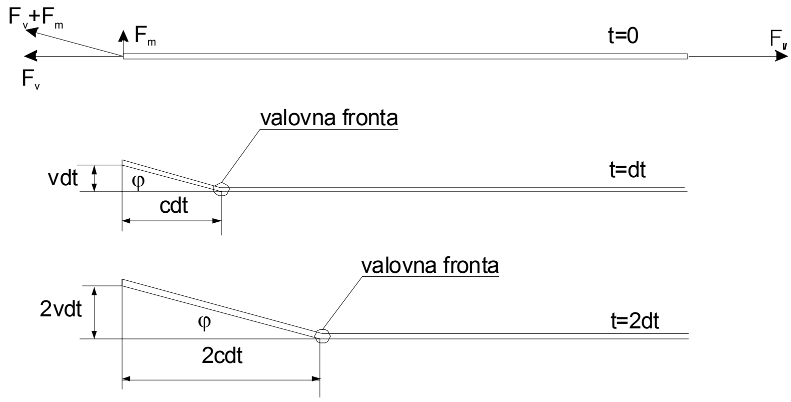
2. HITROST ZVOKA - ŠIRJENJE MOTNJE PO MEDIJU

Ker se v dani točki medija zvočni tlak ves čas spreminja, kljub temu da se posamezna motnja izniha, to pomeni, da so sile ki povzročajo motnje dinamične, in da se motnje po mediju širijo.

Biljardne kroglice v vrsti: Če postavimo biljardne kroglice v vrsto tako da se dotikajo. Nato v prvo trčimo kroglico z neko hitrostjo. Pri trku bo nastala motnja, ki se bo prenesla na drugo stran kroglice. nato bo prestopila na tretjo kroglico, in vse tako do zadnje. Bistvo je v tem, da se zadnja kroglica ne loči iz vrste takoj, ko zadanemo prvo, ampak šele malo kasneje. Torej ima motnja neko hitrost, ki ima enako smer kot kroglica.

Kolona avtomobilom pred semaforjem: Ker vozniki speljejo ko imajo pred seboj dovolj prostora, začne deseti speljevati nekaj sekund za prvim. Če kolono opazujemo iz vrha nebotičnika, lahko vidimo da se avtomobili pomikajo naprej, motnja (varnostna razdalja med avtomobili), pa se pomika v nasprotno smer.

Za izpeljavo hitrosti širjenja transverzalne motnje bomo vzeli primer potovanja motnje po napeti vrvici. Pri tem moramo narediti naslednje predpostavke:
- Vrvica je zelo dolga.
- Vrvica je napeta s silo F.
- Na enem koncu je vpeta na togo steno.
- Na drugem koncu začne delovati majhna prečna sila



Slika 2: Hitrost potovanja motnje po vrvici

Vrvica se v neki točki pod kotom α prelomi na dva dela. Na eni strani imamo že deformirano novo stanje, na drugi strani pa je vrvica še nedeformirana. Ta točka predstavlja valovno fronto ali valovno čelo. Valovna fronta je prikazana na sliki 2. Kot deformacije vrvi je definiran z razmerjem sil:

$$tg\alpha = \frac{F_m}{F_v}$$

Motnjo generiramo s transverzalnim premikanjem vrvi s hitrostjo v. Transferzalna hitrost motnje mora biti majhna v primerjavi s hitrostjo širjenja motnje po vrvi, da je kot α majhen. Valovna fronta - motnja se po vrvi premika s hitrostjo c ki jo iščemo. Razmerje med hitrostima je določeno z razmerjem med silama:

$$\frac{v}{c} = \frac{F_m}{F_v}$$

Masa gibajočega se dela vrvice je: $\rho\, S\, c\, dt.$

Pri tem je: ρ gostota vrvice
S prerez vrvice

Uporabimo izrek o gibalni količini:

$$dG = mdv + vdm = F_m\, dt$$

Ker je hitrost konstanta in se spreminja samo masa je $mdv = 0$ tako da velja:

$$F_m\, dt = dG$$

tako da lahko zapišemo:

$$F_m\, dt = \rho\, S\, c\, dt\, v$$

(V tej točki smo uporabili aproksimacijo $cos\alpha = 1$)

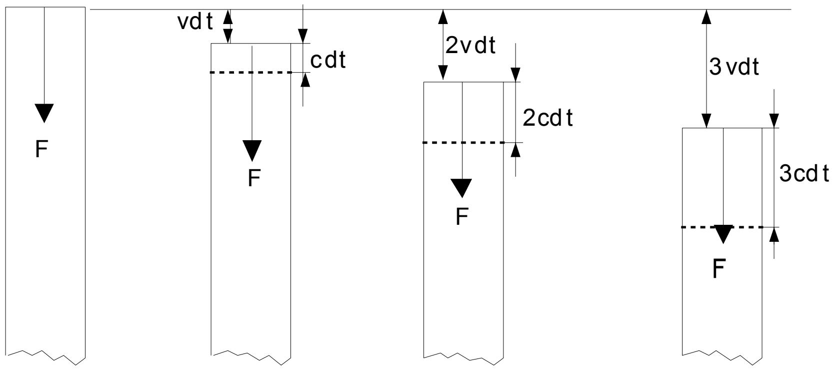
$$tg\alpha = \frac{F_m}{F_v} = \frac{vdt}{cdt} \quad => \quad v = c\frac{F_m}{F_v}$$

Sedaj dobimo da je: $F_m = \rho Scv = \frac{F_v v}{c}$ To vstavimo nazaj v enačbo za gibalno količino, tako da dobimo:

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{F_v}{\rho S}}}$$

Iz te enačbe, ki predstavlja hitrost širjenja transverzalne motnje po vrvi vidimo, da hitrost same motnje ne vpliva na hitrost širjenja te motnje. Hitrost je odvisna od sile s katero je vrvica napeta, s pravi od lastnosti medija po katerem se motnja širi.

Podoben izračun lahko naredimo tudi za longitudinalno širjenje motnje po palici



Slika 3: hitrost širjenja valovne fronte longitudinalnega valovanja po togem telesu:

Na prosti del palice začne delovati majhna sila, tako da velja Hookov zakon.

$$\frac{F}{S} = E\frac{dl}{l_0}$$

Posledica konstantnega delovanja sile je krčenje palice s hitrostjo v. Prav tako pride do formiranja valovne fronte. Pod valovno fronto delci palice mirujejo in napetosti v palici zaradi delovanja sile F ni, nad valovno fronto pa se delci palice premikajo palica je deformirana in v njej nastopa napetost σ oziroma tlak p. V času dt se palica skrajša za vdt, valovna fronta pa prepotuje cdt. Deformirani del palice ima torej dolžino cdt medtem ko se palica skrajša za vdt. Po Hookovem zakonu je

$$\frac{p}{E} = \frac{F}{ES} = \frac{vdt}{cdt}.$$

Zopet bomo uporabili izrek o gibalni količini:

$$dG = mdv + vdm = Fdt$$

Hitrost je konstantna in se ne spreminja zato je $mdv = 0$. Masa deformiranega - gibajočega se dela palice se konstantno povečuje in je $\rho\, S\, c\, dt$. Hitrost premikanja delcev je v, tako da iz izreka o gibalni količini sledi:

$$Fdt = \rho S\, c\, dt\, v.$$

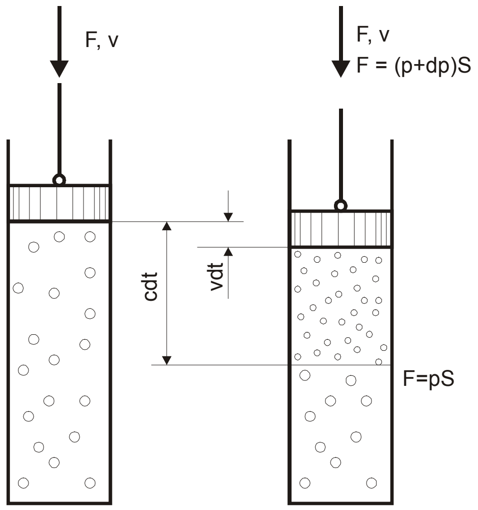
Iz obeh enačb dobimo:

$$\frac{F}{S} = \frac{Ev}{c} = \rho cv.$$

Sedaj lahko izrazimo hitrost valovne fronte.

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}}$$

E predstavlja modul elastičnosti. Tudi tu hitrost širjenja motnje ni odvisna od sile niti od hitrosti same motnje ampak samo od lastnosti medija. Sklepamo torej lahko, da vsaka majhna motnja potuje po palici s to hitrostjo.



Slika 4: Hitrost širjenja valovne fronte po plinu

Izračun za hitrost valovne fronte lahko ponovimo tudi za steber kapljevine. Predpostavimo da so hitrosti s katerimi se stanje plina spreminja velike. Če vemo da je osnovna zvočna frekvenca 1000 Hz potem lahko sklepamo da se stanje plina 1000 na sekundo razširi in stisne. Pri taki hitrosti pa lahko predpostavimo adiabatno spremembo stanja.

$$pV^{\chi} = const$$

$$V^{\chi} dp + p\chi V^{\chi-1} dV = 0$$

$$Vdp + p\chi dV = 0$$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{\chi}\frac{dp}{p}$$

Namesto Hookovega zakona uporabimo enačbo stisljivosti fluida:

$$\chi = -\frac{\frac{dp}{p}}{\frac{dV}{V}} = \frac{\frac{dp}{p}}{\frac{v}{c}} \qquad \text{od tod sledi} \qquad v = \frac{1}{\chi} c \frac{dp}{p}$$

Ponovno bomo uporabili izrek o gibalni količini:

$$dG = mdv + vdm = Fdt$$

Tudi tu je hitrost konstantna, tako da je $mdv = 0$. Maso tistega dela plnskega stebra ki je komprimiran, zapišemo z enačbo:

$$dm = \rho\, S\, c\, dt$$

Sunek sile ki povzroči motnjo lahko zapišemo tudi z razliko tlakov

$$Fdt = dp\, S\, dt$$

Če zgornji enačbi vstavimo v izrek o gibalni količini dobimo:

$$\rho S c v dt = S dp dt$$

$$\rho c \frac{1}{\chi} c \frac{dp}{p} = dp$$

$$c^2 = \chi \frac{p}{\rho}$$

Ugotovimo lahko, da ima v zadnji enačbi χ enako vlogo kot 1/E v računu s palico. Hitrost širjenja motnje po stebru kapljevine tako dobi obliko:

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\chi \rho}}}$$

Paziti moramo, da ne privzamemo izotermne spremembe ampak adiabatno, saj so spremembe tako hitre, da toplota nima časa za prehod iz toplejšega komprimiranega dela na hladneši ekspandirani del cikla. Koeficient adiabatne spremembe je definiran z enačbo: $\chi = c_p/c_v$. Hitrost širjenja motnje po stebru plina torej dobi naslednjo obliko:

$$\boxed{c = \sqrt{\frac{\chi p}{\rho}}}$$

Pri zelo nizkih frekvencah (infrazvok) so pogoji bolj izotermni, pri višjih frekvencah pa bolj adiabatni. V nekaterih medijih zasledimo, da se fazna razlika med posameznimi frekvencami spreminja, kar pomeni da zvok pri različnih frekvencah širi z različnimi hitrostmi.

3. VALOVANJE

Ugotovili smo, da se motnja širi po mediju, ki ima maso in je stisljivo, s hitrostjo, ki smo jo poimenovali hitrost zvoka.

V plinih in kapljevinah ni strižnih napetosti. Zaradi tega je zvok v plinih in kapljevinah longitudinalno valovanje. Delci medija se premikajo v smeri širjenja valovanja, tako da ustvarjajo razredčine in zgoščine, kot je prikazano na sliki 5.

Pri izračunu hitrosti širjenja motnje, ki jo povzroči nek mehanski vir, smo predpostavili, da le ta deluje kratek čas in to s konstantno silo. V tem primeru nimamo valovanja in lahko govorimo samo o udarnih valovih, ne moremo pa govoriti o zvoku.

Ugotovili smo tudi že, da zvok povzročajo dinamične sile. Na sliki 4 imamo prikazano cev v katero je na en konec pritrjen zvočnik, drug konec cevi pa je prosto odprt. Na membrano deluje dinamična sila, ki jo lahko enostavno opišemo z enačbo: pri tem je ω krožna frekvenca [rad^{-1}], ki je s frekvenco [Hz] povezana z enačbo $\omega = 2\pi f$.

$$F(t) = F_A \sin(\omega t)$$

Posledica delovanja sile na membrano je pomik membrane s hitrostjo ki jo zapišemo z enačbo:

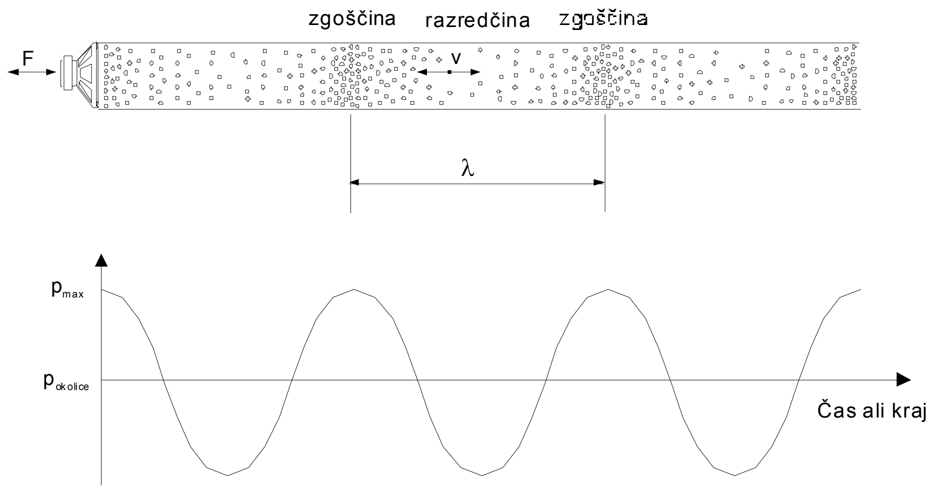
$$v(t) = v_0 \sin(\omega t + \rho_1)$$

Posledica gibanja membrane je nadtlak v cevi, ko je membrana izven ravnovesne lege v smeri cevi, in podtlak, ko je membrana izven ravnovesne lege v negativno smer. Nadtlak in podtlak, ki predstavljata motnjo v sistemu se širita s hitrostjo zvoka. Zvočni tlak se torej spreminja tako s časom kot s krajem. V poljubnem časovnem trenutku je zvočni tlak v cevi porazdeljen kot je prikazano na sliki 4. V vsaki točki cevi pa se zvočni tlak spreminja tudi s časom. Zaradi tega moramo za opis valovanja uporabiti dve dimenziji, čas in kraj.

$$\mathrm{p}(t) = p_0 \sin(\omega t + kx + \rho_2)$$

Razdalja med dvema zgoščinama (maksimalnim tlakom) ali med dvema razredčinama (minimalnim tlakom) je definirana kot valovna dolžina. Predpostavimo da neskončno cev napolnimo z dvema različnima medijema. V prvem mediju se motnja širi zelo hitro, v drugem pa zelo počasi. Membrana v obeh primerih niha z enako frekvenco. Če se motnja širi zelo hitro, potem bo nadtlak v času enega cikla naredil veliko večjo razdaljo, kot če bi se motnja širila počasi. Iz tega je jasno, da je valovna dolžina pri konstantni frekvenci odvisna od hitrosti zvoka in zapišemo lahko osnovno povezavo med valovno dolžino, frekvenco in hitrostjo zvoka.

$$c = \lambda f$$



Slika 5: Zvočno valovanje v neskončni cevi

V primeru, da se kot opazovalci postavimo na fiksno točko v cevi in opazujemo tlak, se le ta s časom harmonično spreminja z enako frekveco kot membrana zvočnika. Delci medija po katerem se širi zvok nihajo okoli svoje ravnovesne lege s to vsiljeno frekvenco. Premikanje delcev medija ustvarja motnjo. Delci medija se obnašajo kot nihala, ki imajo neko vztrajnost (maso in pospešek), dušenje (trenje) in vzmetno konstanto (stisljivost medija).

Valovanje ima torej dve dimenziji, to sta čas in kraj. Popolni opis širjenja valovanja v cevi dosežemo z ploskvijo. Prvi rob ploskve predstavlja čas, drugi rob ploskve predstavlja krajevno koordinato.

4. ENERGIJA VALOVANJA

Nihalo niha okoli svoje ravnovesne lege. Z x označimo njegovo oddaljenost od ravnovesja z x_0 pa njegovo amplitudo. Zapišemo lahko enačbe gibanja:

$$x = x_0 \sin(\omega t) \qquad \text{ali} \qquad x = x_0\, \omega \cos(\omega t)$$

Nihalo ima največjo potencialno energijo v skrajnih legah, v ravnotežni legi pa ima največjo hitrost, se pravi največjo kinetično energijo, ki je enaka največji potencialni energiji. Te dve energiji predstavljata energijo nihala.

$$W_{kin} = \frac{mv_{\max}^2}{2} = \frac{m(x_0\omega)^2}{2}$$
$$W_{kin} = 2\pi^2 f^2 x_0^2 m$$

Vsak delec v mediju je nihalo, ki niha skupaj z ostalimi delci. Zgornja enačba opisuje energijo delca medija kontrolnega volumna. Energija je proporcionalna kvadratu frekvence in kvadratu amplitude pomika. Če masa m predstavlja kontrolni volumen, potem lahko rečemo, da je kontrolni volumen z maso m od valovanja prejel energijo:

$$W = 2\pi^2 m f^2 x_0^2$$

5. MOČ VALOVANJA

Moč valovanja naj bi predstavljala hitrost s katero val transportira energijo. Čas v katerem val prepotuje razdaljo L je: $t=L/c$, torej je moč vala:

$$P = \frac{E}{t} = \frac{2\pi^2 f^2 x_0^2 m}{\frac{L}{c}}$$
$$P = 2\pi^2 f^2 x_0^2 \mu c$$

μ = linearna gostota medija (masa palice ali plina na enoto dolžine)

6. ŠIRJENJE VALOVANJA

HUYGENOVO NAČELO
Vsaka točka na valovni fronti deluje kot točkasti izvor. Pri tem pride do interference med dvema sosednjima točkama valovanjima v smeri širjenja valovanja. Če točke interference med seboj povežemo dobimo novo valovno fronto.

INTERFERENCA

DIFRAKCIJA (Razložiti se da s pomočjo Huygenovega načela)

REFLEKSIJA (Razložiti se da s pomočjo Huygenovega načela)

LOM (Pri prehajanu valovanja iz medija z impendanco Z_1 v medij z impendanco Z_2)

DOPLERJEV POJAV (širjenje vesolja, udarni val nadzvočnega letala, prelet helikoterja)

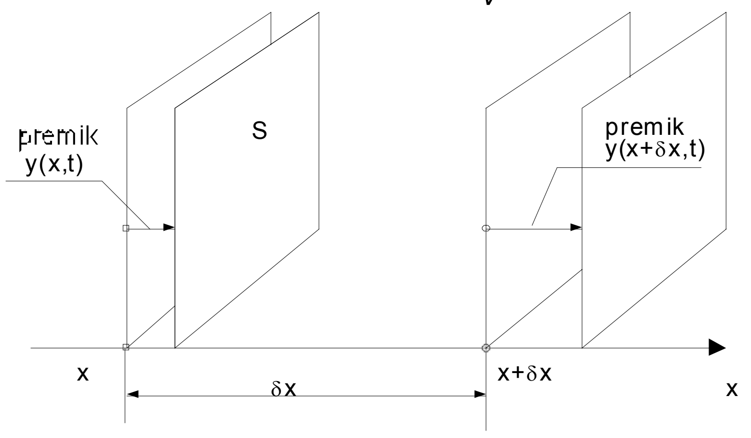
7. OSNOVNA VALOVNA ENAČBA ZA RAVNO VALOVANJE

Če hočemo valovanje popisati moramo zapisati tako diferencialno enačbo, ki upoštevala spreminjanje zvočnega tlaka po času in po prostoru. Izpeljati moramo osnovno valovno enačbo in izračunati njene rešitve.

Dejansko iščemo povezavo med tlakom in pomikom delca fluida. Zvočni tlak je dejansko posledica odpora delca proti premiku - to je njegova vztrajnost.
Ugotovili smo že da se motnja po mediju širi samo če je medij elastičen in ima maso (po vakuumu se zvok ne more širiti)

Izpeljali bomo osnovno valovno enačbo za ravno valovanje (v cevi) v kateri velja: $y(x,t) \sim \Delta p(x,t)$

modul stisljivosti (Bulk modul): $\Delta p = -B\dfrac{\Delta V}{V}$



$V = S\delta x$

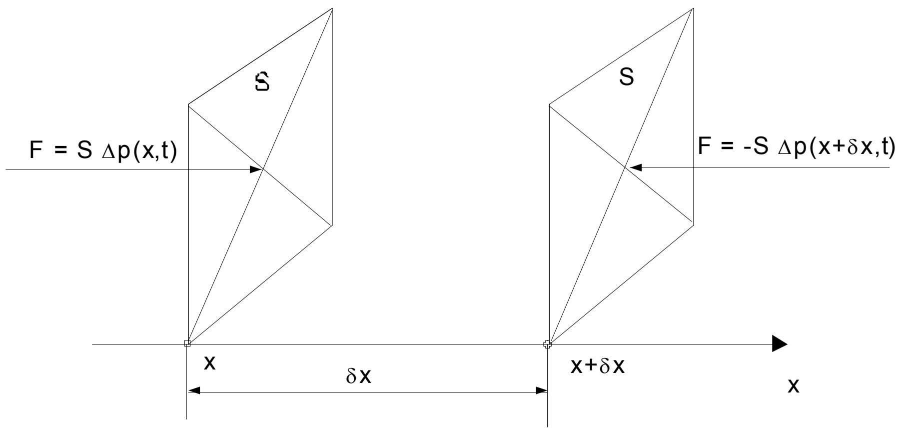
$\Delta V = S[y(x+\delta,t) - y(x,t)]$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{[y(x+\delta x,t) - y(x,t)]}{\delta x}$$

$\delta x \to 0$ (pogoj za majhen delček, da sploh lahko govorimo o diferencialno majhnem pomiku)

$$\Delta p = -B\frac{\Delta V}{V} = -B\frac{\partial y}{\partial x}$$

Z Newtonovimi zakoni opišemo delovanje sil na izsek



δF_x=S [$\Delta p(x,t) - \Delta p(x+\delta x,t)$]
$\delta F_x = \delta m\ a_x$
$\delta m = \delta x\ S\ \rho$

$$a_x = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

m = masa
a_x = pospešek v x smeri

$$\delta x S\rho \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = SB\left[\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+\delta x} - \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x}\right] \quad / \ \delta x \to 0$$

$$\rho\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{B}{\rho}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

hitrost zvoka v kapljevini smo izračunali in je: $c = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$

hitrost zvoka v plinu smo tudi izračunali in je: $c = \sqrt{\chi R T}$ pri tem je $\chi = \frac{c_p}{c_v}$ = 1,4 za zrak

R = 287 [J/kgK]
T =temperatura[K]

Ugotovili smo že da je sprememba stanja pri širjenju zvoka adiabatna. Iz enačbe pa se tudi jasno vidi, da je hitrost zvoka odvisna od temperature plina.
Splošna valovna enačba za širjenje zvoka v plinu dobi splošno obliko:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

pomik delcev y v enačbi lahko zamenjamo z zvočnim tlakom, gostoto ali hitrostjo

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0}$$

Valovno enačbo lahko zapišemo v bolj splošni 3D vektorski obliki:
p=p(x,y,z,t)

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

Rešitev valovne enačbe za zvočni tlak v eni sami dimenzij je:
$p(x,t) = f_1(ct-x) + f_2(ct+x)$
pri tem sta f_1 in f_2 poljubni funkciji, tako da lahko zapišemo
$p(x,t) = p_A \sin(\omega t-kx+\varphi_1) + p_A \sin(\omega t+kx+\varphi_2)$
frekvenca valovanja: $\omega=2\pi f$
valovno število: $k=2\pi/\lambda$
Drugi člen v rešitvi, predstavlja valovanje ki se širi v negativni smeri, to je nazaj proti izvoru zvoka, zato lahko ta člen zanemarimo. Ker obravnavamo eno samo valovanje ne moremo govoriti o faznem kotu, ker ga nimamo s čim primerjati. Dobimo že znano harmonično nihanje zapisano v obliki

$p(x,t) = p_A \sin(\omega t-kx)$

Za preverjanje rezultata lahko enačbo harmoničnega valovanja tlaka odvajamo dvakrat po kraju in dvakrat po času, tako da dobimo nazaj osnovno valovno enačbo.

Valovanje pa lahko zapišemo tudi v kompleksni obliki:

$$p(x,t) = p_A e^{-i(\omega t - kx)}$$

8. HITROST DELCEV PRI RAVNEM VALOVANJU

Eulerjeva enačba: grad $p = -\rho\, a$
Ker smo predpostavili ravno valovanje se tlak spreminja samo po eni dimenziji, to je po x.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho a$$

pri tem velja: $p(x,t)=p_A \sin(\omega t-kx)$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

tako da lahko zapišemo: $\frac{dv}{dt} = \frac{1}{\rho} k p_A \cos(\omega t - kx)$ - in - da +

$$v = \frac{k}{\rho} p_A \int \cos(\omega t - kx) dt$$

$$v = \frac{k}{\rho} p_A \int (\cos\omega t \cos kx + \sin\omega t \sin kx) dt$$

$$v = \frac{k}{\rho} p_A \left[\frac{\cos kx}{\omega}\sin\omega t - \frac{\sin kx}{\omega}\cos\omega t\right]$$

$$v = \frac{k}{\rho\omega} p_A \left[\cos kx \sin\omega t - \sin kx \cos\omega t\right]$$

če upoštevamo še naslednje povezave: $k = 2\pi/\lambda$
$\omega = 2\pi f$
$c = \lambda f$

potem lahko rečemo da je : $c = \frac{2\pi}{k}\frac{\omega}{2\pi}$

in končno lahko zapišemo hitrost delcev pri valovanju:

$$\boxed{v = \frac{p_A}{\rho c}\sin(\omega t - kx)}$$

Hitrost vedno dobimo tako, da tlak $p(x,t)$ odvajamo po kraju in nato integriramo po času.

9. OSNOVNA VALOVNA ENAČBA ZA SFERIČNO VALOVANJE

Do sedaj smo ves čas govorili o ravnem valovanju. Osnovna značilnost ravnega valovanja je, da z oddaljevanjem valovanja od izvora valovna fronta ohranja obliko ravnine, pri tem pa amplituda ostaja enako velika. Tako valovanje je praktično prisotno v ceveh. Drug, dejanski način širjenja motnje pa je s sferičnim valovanjem po prostoru. Pri tem zvočni vir seva zvok enakomerno na vse strani. Ker se površina valovne fronte veča, lahko pričakujemo, da se bo amplituda zvočnega valovanja, ki se sferično širi manjšala z oddaljevanjem od izvora.

Splošna oblika valovne enačbe je zapisana v kartezijskem koordinatnem prostoru:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

Prehod iz kartezijskega koordinatnega prostora v sferične koordinate je določen:

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 (pr)}{\partial r^2}\frac{1}{r}$$

Tako dobi valovna enačba v sferičnih koordinatah naslednjo obliko:

$$\frac{\partial^2 (pr)}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 (pr)}{\partial t^2} = 0$$

Splošna rešitev valovne enačbe za sferično valovanje je:

$$p(r,t) = \frac{1}{r} f_1(ct - k) + \frac{1}{r} f_2(ct + r)$$

pri tem sta f_1 in f_2 poljubni funkciji. Drugi člen v rešitvi predstavlja valovanje ki se konvergentno širi v točko izvora. Ker to ni mogoče (razen pri imploziji kavitacijskega mehurčka, atomski bombi in drugih nelinearnih pojavih) lahko drugi člen zanemarimo tako da dobi rešitev naslednjo obliko:

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\sin(\omega t - kr)$$

pri tem je potrebno paziti, saj A ni amplituda, ampak njen faktor z enoto [Pa m]. Iz enačbe se tudi jasno vidi singularnost v točki izvora, zato lahko s to enačbo opisujemo samo omnidirekcionalne izvore zvoka, ki imajo končno veliko površino in s tem radij.

Kompleksna oblika zapisa tlaka sferičnega valovanja ima obliko:

$$p(r,t) = \frac{A}{r} e^{-i(\omega t - kr)}$$

10. HITROST DELCEV PRI SFERIČNEM VALOVANJU

Osnovna valovna enačba opisuje povezavo zvočnega tlaka s krajevnimi koordinatami in časom. Pogosto pa nas zanima kakšno hitrost imajo delci ki nihajo okoli svoje ravnotežne lege. S pomočjo Eulerjeve enačbe opisuje s kakšnim pospeškom se pospeši fluid z gostoto ρ če nanj deluje tlačna razlika. S pomočjo te enačbe lahko iz gradienta tlaka izračunamo hitrost delcev fluida.

Eulerjeva enačba: grad p = -ρ a

Ker smo predpostavili sferično valovanje se tlak spreminja samo po eni dimenziji, to je po r.

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\rho \frac{dv}{dt}$$

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\sin(\omega t - kr)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{A}{r^2}k\sin(\omega t - kr) + \frac{A}{r}k\cos(\omega t - kr)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}$$

hitrost dobimo z integriranjem tlačnega gradienta po času

$$v = \frac{1}{\rho}\int\left[-\frac{A}{r^2}k\sin(\omega t - kr) + \frac{A}{r}k\cos(\omega t - kr)\right]dt$$

$$v = \frac{1}{\rho}\int\left[\frac{A}{r^2}k\left(\sin\omega t\cos kr - \cos\omega t\sin kr\right) + \frac{A}{r}k\left(\cos\omega t\cos kr + \sin\omega t\sin kr\right)\right]dt$$

$$v = \frac{1}{\rho}\left[\frac{A}{r^2}k\left(\frac{\cos\omega t\cos kr}{\omega} - \frac{\sin\omega t\sin kr}{\omega}\right) + \frac{A}{r}k\left(\frac{\sin\omega t\sin kr}{\omega} + \frac{\cos\omega t\cos kr}{\omega}\right)\right]$$

$$v = \frac{A}{\rho\omega}k\left[\frac{1}{r^2}\cos(\omega t - kr) + \frac{1}{r}\sin(\omega t - kr)\right]$$

$$\boxed{v = \frac{A}{\rho c}\left[\frac{1}{r^2}\cos(\omega t - kr) + \frac{1}{r}\sin(\omega t - kr)\right]}$$

Hitrost delcev pri sferičnem valovanju lahko zapišemo tudi s pomočjo rešitve osnovne valovne enačbe za sferično valovanje

$$p(r,t) = \frac{1}{r}f_1(ct - k) + \frac{1}{r}f_2(ct + r)$$

Že prej smo ugotovili da drugi člen lahko zanemarimo

$$p(r,t) = \frac{1}{r}f_1(ct - k)$$

Če je f(r,t) odvod funkcije F(r,t) potem lahko hitrost delcev pri valovanju zapišemo:

$$v(r,t) = \frac{1}{\rho c}\left[\frac{1}{r^2}F(ct - r) + \frac{1}{r}f(ct - r)\right]$$

kompleksna oblika hitrosti delcev sferičnega valovanja ima obliko:

$$v(r,t) = \frac{v_A}{i\omega\rho}\left[\frac{1}{r^2} + i\frac{k}{r}\right]e^{i(\omega t - kr)}$$

v_A je faktor amplitude hitrosi delcev, zato za hitrost velja enako, kot za tlak, da ima v točki singularnost, tako, da lahko te rešitve uporabimo samo za izvore zvoka s končno veliko površino.

11. IMPENDANCA

Impendanca je pojem poznan iz elektrotehnike: $R = \frac{U}{I}$

V elektrotehniki upornost medija[Ω] podaja razmerje med napetostjo U[V] in tokom I[A], ki teče skozi medij zaradi napetosti. Ker napetost in tok nista vedno v fazi je ta veličina imaginarna, in govorimo o impendaci. V akustiki lahko vpeljemo analogijo. Imamo zvočni tlak, ki premakne delce medija z neko hitrostjo. S kakšno hitrostjo se bodo delci premaknili pa je odvisno od lastnosti - Akustična impendance medija.

Akustična impendanca medija je definirana kot kompleksno razmerje med zvočnim tlakom, ki deluje na neko površino, in volumskim pretokom medija, ki je posledica zvočnega tlaka skozi to površino.

Akustična impendanca (karakteristika medija): $Za = \frac{p(A,r,t)}{\dot{V}(A,r,t)}$

Specifična akustična impendanca Zs pa je definirana kot kompleksno razmerje med zvočnim tlakom v neki točki zvočnega polja in hitrostjo delcev medija v tej točki. Pri specifični akustični impendanci gre za to da je hitrost delcev medija lahko enaka hitrosti neke toge površine (membrana zvočnika, lopatica ventilatorja, vibracije soda...)

Specifična akustična impendanca: $Zs = \frac{p(r,t)}{v(r,t)}$

Pod pogojem da sta zvočni tlak in hitrost delcev ves čas v fazi lahko zapišemo da je Zs = ρc

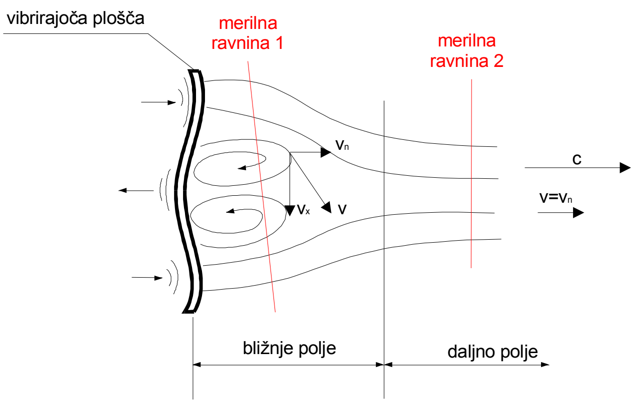
Normalna specifična akustična impendanca Zsn je definirana kot kompleksno razmerje zvočnega tlaka in normalno komponento hitrosti delcev medija v ravnini na meji med zrakom in gostim medijem (nihajoča površina, porozni akustični material).

Normalna specifična akustična impendanca: $Zs = \frac{p(r,t)}{v_n(r,t)}$

Po moji pameti bi lahko z razmerjem med specifično akustična impendanca in normalno specifično akustična impendanca določali lastnost zvočnega polja:

V daljnem polju je hitrost delcev vedno v smeri s smerjo širjenja valovanja, zato je $\frac{Zs}{Zns} = 1$

V bližnjem polju pa ni nujno da se smer gibanja delcev ujema s smerjo širjenja valovanja: $\frac{Zs}{Zns} > 1$



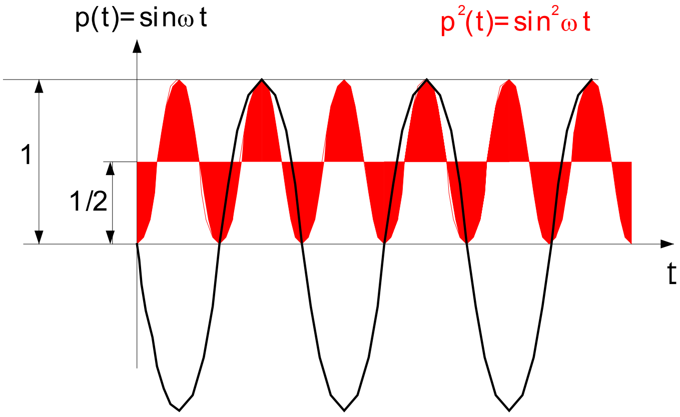
Slika : Hitrost delcev medija v bližnjem in daljnem polju

Mehanska impendanca Zm je kompleksno razmerje med silo ki deluje na neko specifično površino akustičnega medija ali mehanske naprave (membrana zvočnika) in rezultirajoče linearne hitrosti delcev medija skozi to površino, ali pa same površine.

Mehanska impendanca: $Zm = \frac{F}{v}$

Mehanska impendanca opisuje ujemanje med zvočnim virom kot mehanskim nihalom in medijem.

12. RMS ZVOČNEGA TLAKA



RMS je kratica za pojem Root Mean Square.
Valovanje prenaša energijo. Če harmonično ponavljajoč zvočni tlak integriramo po času, se izkaže, da je vrednost tlaka enaka nič. Da lahko s pomočjo zvočnega tlaka ocenimo energijo valovanja, vpeljemo RMS zvočnega tlaka, ki je definiran, kot je zapisano v spodnji enačbi.

$$p_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T p^2(t)dt}$$

Če rešimo ta integral, dobimo enostavno povezavo med RMS zvočnega tlaka in amplitudo zvočnega tlaka.

$$p^2{}_{RMS} = \frac{1}{T}\int_0^T p_A^2 \sin^2 \omega t dt$$

$$p_{RMS}^2 = \frac{p_A^2}{T}\left[\frac{1}{2}t - \frac{1}{4\omega}\sin 2\omega t\right]_0^T$$

$$p_{RMS}^2 = \frac{p_A^2}{T}\left[\frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega}\sin 2\omega T\right]$$

$$\boxed{p_{RMS}^2 = \frac{p_A^2}{2} - \frac{1}{4\omega T}\sin 2\omega T}$$

Prvi člen predstavlja RMS zvočnega tlaka, tako da dobimo:

$$\boxed{p_{RMS} = \frac{1}{\sqrt{2}}p_A}$$

Drugi člen lahko zanemarimo, toda zavedati se moramo da drugi člen predstavlja merilno napako zaradi končnega časa merjenja signala. Do maksimalne napake pride ko je $\sin\omega T = 1$. V tem primeru znaša napaka: $\frac{1}{4\omega T}$.

13. ZVOČNA INTENZIVNOST ZA RAVNO VALOVANJE

Zvočno valovanje prenaša energijo. To energijo popisujemo z zvočno intenzivnostjo.

Zvočna intenzivnost je definirana kot energija, ki gre skozi enoto površine v enoti časa.

Intenziteta opisuje neto pretok akustične energije.

Intenziteta ločuje med aktivno komponento zvočnega polja in reaktivno komponento zvočnega polja. Aktivna komponenta je tista pri kateri je hitrost delcev v fazi z zvočnim tlakom, reaktivna komponenta pa je tista pri kateri

Intenziteta je vektor, zato lahko z njo lokaliziramo izvore zvoka. Zvočni tlak je skalarna veličina ki nima smeri.

Če se zvok širi z ravnim valovanjem, potem lahko v primeru prostega zvočnega valovanja (ko sta tlak p in hitrost delcev v v fazi (po moje je bolj pomembno da imasta iso smer, kar je pogoj za daljno polje)) definiramo zvočno intenzivnost kot časovno povprečje produkta tlaka in hitrosti delcev:

$$I = \overline{vp}$$

Pri ravnem valovanju se tlak in hitrost delcev na katerikoli točki prostora spreminjata samo po času. Amplituda tlaka in amplituda hitrosti nista odvisni od krajevnih koordinat. Zato lahko izhodišče postavimo na točko kjer smo fiksirani in kjer opazujemo spreminjanje po času, tako lahko zapišemo

$x=0$

$p=p_A \sin\omega t$

$$v = \frac{p_A}{\rho c}\sin\omega t$$

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{p_A}{\rho c}\sin(\omega t) * p_A \sin(\omega t)$$

$$I = \frac{1}{T}\int_0^T \frac{p_A^2}{\rho c}\sin^2 \omega t$$

$$I = \frac{1}{\rho c}\frac{p_A^2}{T}\left[\frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega}\sin 2\omega T\right]$$

$$I = \frac{p_{RMS}^2}{\rho c}$$

ZVOČNA INTENZIVNOST ZA KROGELNO VALOVANJE

Rezultat je isti kot pri intenziteti za ravno valovanje, samo izpeljava je malce bolj zahtevna

14. ZVOČNA MOČ VIRA

Zvočna moč je karakteristika zvočnega vira in je neodvisna od okolice v kateri merimo zvok. Zvočna moč je ena od osnovnih karakteristik ki opisuje zvočni vir.
Če merimo zvočni tlak referenčnega zvočnega vira v gluhi sobi bodo rezultati drugačni kot če bi ga merili v odbojnici.
Prav tako so rezultatti drugačni če merimo zvočni tlak ki je posledica zvočnega vira postavljenega na sredo sobo, oziroma v kot sobe.

Če merimo zvočno moč vira moramo predpostaviti, da je izvor zvoka stacionaren. To pomeni da se njegova zvočna moč s časom ne spreminja.

Iz definicije intenzivnosti, ki je energija valovanja ki gre skozi enoto površine v enoti časa lahko že zapišemo osnovni izraz za zvočno moč vira, ki ga dobimo tako da integriramo intenziteto po zaprti površini ki obdaja zvočni vir.

Če imamo zvočni vir ki ne seva zvoka na vse strani z enako, potem moramo intenziteto zapisati kot funkcijo prostorskega kota ψ

$$W = \oint I(\psi)dS$$

15. RAVEN ZVOČNEGA TLAKA, INTENZITETE IN MOČI

Amplituda zvočnega tlaka se spreminja preko zelo velikega območja. Minimalni zvočni tlak pri frekvenci 1000Hz ki bi ga zdrav mlad človek ravno še slišal je $2*10^{-5}$ Pa. Na RAVE party pa je zvočni tlak okoli 100 Pa. To pomeni da je med mejo slišnosti in mejo bolečine preko 7 velikostnih razredov. Zato so vpeljali pojem raven zvočnega tlaka (SPL Sound Pressure Level) ki ima enoto dB in je definiran kot:

$$Lp = 10\log\frac{p^2}{p_0^2}$$

p_0 je referenčna vrednost zvočnega tlaka in se ujema z mejo slišnosti $2*10^{-5}$ [Pa]
p je RMS izmerjeni zvočni tlak

Iz enakega razloga je definirana tudi raven zvočne intenzitete.

$$L_I = 10\log\frac{I}{I_0}$$

I_0 je referenčna vrednost intenzitete: $I_0=10^{-12}$ [W/m^2]
I je imerjena intenziteta

Analogno je določena tudi raven zvočne moči:

$$L_W = 10\log\frac{W}{W_0}$$

W_0 je referenčna zvočna moč 10^{-12}[W]. Referenčna moč se nanaša na monopolni izvor zvoka pri 1000Hz in na oddaljenosti 1m

Za sferično in ravno valovanje velja povezava med tlakom in intenziteto: $I = \frac{p_{RMS}^2}{\rho c}$

Zvočna moč je določena za ravno in sferično valovanje z enačbo: $W = \oint I(\psi)dS$

Torej lahko izračunamo tudi povezavo med ravnmi zvočnega tlaka, moči in intenzitete

$$L_I = 10\log\frac{I}{I_0} = 10\log\frac{\frac{p^2}{\rho c}}{I_0}\frac{p_0^2}{p_0^2} = 10\log\frac{p^2}{p_0^2} + 10\log\frac{p_0^2}{\rho c I_0}$$

$$L_I = Lp - 10\log K$$

$$L_I \approx Lp$$

K je koeficient ki je sicer odvisen od okolice, vendar je tako majhen da ga lahko največkrat zanemarimo. 10logK = 0,13dB pri normalnih pogojih okolice (t=20°C in p=1013mbar)

$$Lw = 10\log\frac{W}{W_0} = 10\log\frac{IS}{W_0} = 10\log\frac{I}{10^{-12}} + 10\log\frac{S}{S_0} = L_I + 10\log r^2 + 10\log 4\pi$$

$$Lw = L_I + 20\log r + 11$$

$$Lw = Lp + 20\log r + 11 - 10\log K$$

S_0 je referenčna površina 1m^2.

Tako imamo povetavo med Lp, L_I in Lw.

VAJA: dva izvora jakosti Lp1=-80dB in Lp2=+80dB. Koliko je to skupaj.

16. KOMPLEKSNO ZVOČNO POLJE

A: Več izvorov z enakimi frekvencami

V takem primeru ko imamo krajevno razporejenih več izvorov, ki oddajajo zvok z enako frekvenco, pri tem pa ohranjajo fazo, pride do interference med izvori.

B: Več izvorov ki imajo različne frekvence

C: en izvor ki ima več frekvenc

Zanima nas skupni vpliv več izvorov na imisijo skupnega seštetega valovanja. Zvočni tlak je aditivna veličina, zato lahko zapišemo:

$p=p_1+p_2+p_3+....+p_n$

V primeru da p_1 do p_n predstavljajo zvok s popolnoma različnimi frekvencami, potem velja, da je kvadrat RMS skupnega zvočnega tlaka enak vsoti kvadratov RMS posameznih zvočnih tlakov.

$$p_{RMS}^2 = p_{RMS,1}^2 + p_{RMS,2}^2 + p_{RMS,3}^2 + \dots$$

p_{RMS} je tista veličina, ki jo merimo, in vstavljamo v enačbo za raven zvočnega tlaka.

V primeru, da dva vira oddajata zvok z enako frekvenco in s konstantno fazno razliko potem prihaja do interference, ki zahteva popolnoma drugačno obravnavo.

17. IZVORI ZVOKA

Izvor zvoka je tista osnova v tehnični akustiki. Če se le da opisšemo karakteristiko izvora zvoka, kajti isti izvor bo v različnih akustičnih okolicah seval različne zvočne slike. Za opis zvočne slike torej potrebujemo opis izvora in opis akustične okolice.

Da se lahko različni izvori zvoka matematično opišejo, je potrebno definirati osnovne matematične elemente izvorov. To so MONOPOL, DIPOL in KVADROPOL

17.1 MONOPOL

Monopol je teoretično idealiziran izvor. Predstavlja ga krogla ki se ji spreminja radij. Zaradi tega se radialno premika njena površina, ki s tem generira motnjo v okoliškem mediju. Ena izmed glavnih lastnosti monopola je, da seva zvok v vse strani enakomerno.

Za sferično valovanje smo že zapisali kako se z oddaljenostjo od vira spreminja zvočni tlak. Ugotovili smo tudi že da zaradi končno velike amplitude na površini izvora, izvor ne more imeti poljubno majhnega radija.

$$p(r,t) = \frac{A}{r}\sin(\omega t - kr)$$

To enačbo lahko zapišemo v drugačni obliki

$$p(r,t) = \frac{\rho c k Q}{4\pi r}\sin(\omega t - kr)$$

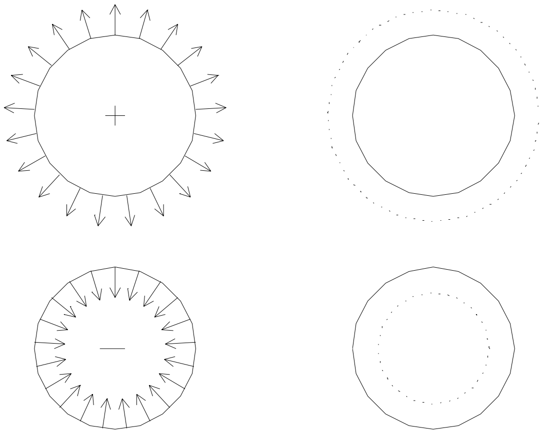
Q je pri tem jakost monopolnega (omnidirekcionalnega) izvora, ki je v središču tvočnega polja p(r,t)
RMS zvočnega tlaka monoponega izvora lahko enostavno izračunamo:

$$p_{RMS}^2 = \frac{(\rho c k)^2 Q^2}{32\pi^2 r^2}$$

Če ima izvor obliko idealne krogle z radijem a in če pulzira z enostavnim harmonskim gibanjem, tako da je U amplituda hitrosti površine, potem lahko pokažemo, da ima Q enoto volumskega pretoka

[m^3/s]. Nadalje predpostavimo da je dimenzija monopola majhna glede na valovno dolžino zvoka ki ga seva, tako da velja: $a<<\lambda$ oziroma $ka<<1$

V tem primeru lahko zapišem tudi: $Q = 4\pi a^2 U$



Slika XX: Prikaz monolpola.

17.2 DIPOLNI IZVOR

Veliko zvočnih virov se ne obnaša kot enostaven monopol. Na primer nevgrajen zvočnik proizvaja zvok na obeh straneh membrane. Zvok iz sprednje in zadnje strani torej lahko obravnavamo kot posledico dveh ločenih monopolnih izvorov ki nihata z fazno razliko 180°.

Zvočnik torej lahko modeliramo z dvema monopolnima izvoroma jakosti Q, ki sta drug od drugega oddaljena z razdaljo l. Zvočni tlak produciran s takim dipolnim izvorom potem zapišemo z enačbo:

$$p = \frac{\rho c k Q l \cos\psi}{4\pi r}\left[\frac{1}{r}\sin(\omega t - kr + \varphi) + k\cos(\omega t - kr + \varphi)\right]$$

ψ = prostorski kot glede na os ki povezuje središči obeh virov. (os zvočnika v praktičnem primeru)

V nasprotju z zvočnim poljem monopolnega vira, polje zvočnega tlaka dipolnega vira ni omnidirekcionalno. Je pa osnosimetrično z obliko osmice.

Polje zvočnega tlaka dipolnega izvora ima bližnje in daljno polje (near and far field), podobno kot hitrostno polje monopola.

Pri nekem danem prostorskem kotu v bližnjem polju zvočni tlak hitro pada (proporcionalno z $1/r^2$. To pomeni da s podvojitvijo razdalje zvočni tlak pade za 12 dB).

Daleč od izvora kjer je $kr >>1$ zvočno polje pada bolj počasi (proporcionalno z $1/r$. To pomeni, da s podvojitvijo razdalje pade zvočni tlak samo za 6dB).

Fazni kot zvočnega tlaka se prav tako spreminja z oddaljenostjo. Blizu izvora prevladuje člen s sinusom, daleč od izvora pa člen s kosinusom.

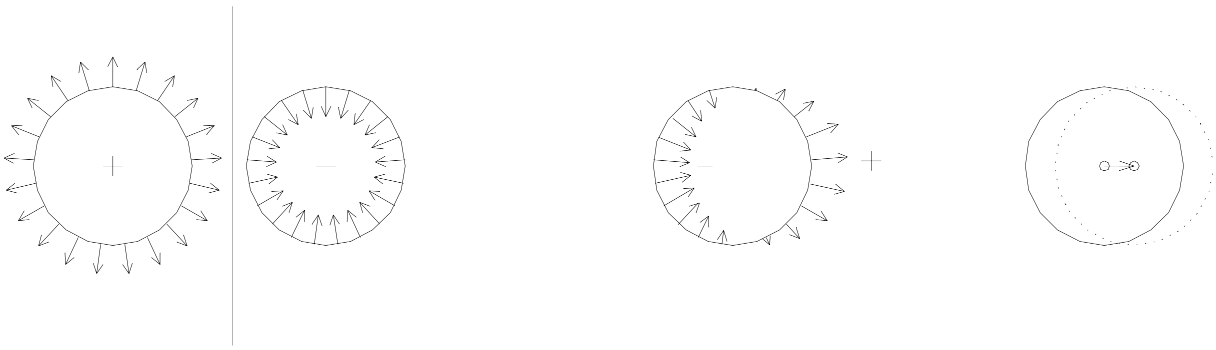
Hitrost delcev lahko dobimo iz zgornje enačbe za tlak in Eulerjeve enačbe:

$\vec{\nabla} p = \rho \vec{a}$ oziroma $v = -\frac{1}{\rho}\int \frac{\partial p}{\partial r} dt$

Hitrostno polje dipola ima še bolj kompleksno obliko s tremi karakterističnimi območji.

Kot dipolni izvor zvoka se obnašajo:
Lopatice ventilatorjev (če dominira tonalni hrup)

Vibrirajoče plošče
Nevgrajeni zvočniki
Žice in veje dreves ki se tresejo v vetru.



17.3 KVADROPOL

Kvadropol je naslednji višji teoretično opisljiv zvočni vir.

Nihanja napetosti, ki so posledica mešanja zraka v zračnem curku naj bi bila kvadropolni izvor hrupa.

Analogno dipolu, je kvadropol sestavljen iz dveh nasprotujočih se dipolov oziroma iz štirih monopolov.

Izraz za zvočni tlak kvadropolnega izvora je še bolj kompleksen od dipolnega.

V bližini kvadropolnega izvora zvočni tlak pada s tretjo potenco oddaljenosti ($p=\propto 1/r^3$)
Pri malo večji oddaljenosti zvočni tlak pada s kvadratom razdalje. ($p=\propto 1/r^2$)
V daljnem polju kvadropolnega izvora zvočni tlak pada tako kot pri monopolu, to je obratno sorazmerno z oddaljenostjo. ($p=\propto 1/r$)