

Univerza v Ljubljani
Fakulteta za strojništvo



UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za strojništvo

Parameter g , seminar
Eksperimentalne metode

Tilen THALER

Mentor: dr. Alojzij Sluga

December, 2005

Kazalo

1	Uporabljene oznake	3
2	Uvod	3
3	Definicija naloge	3
4	Teoretične osnove	3
5	WELMEC	4
5.1	Gravitacijske cone	4
5.2	Gravitacijska formula	4
5.2.1	Gravitacijski formuli iz let 1930 in 1967	5
5.2.2	Rotacija Zemlje	6
6	Odvisnosti rezultata meritve od gravitacijskega pospeška	6
6.1	Fizikalno nihalo	6
6.2	Merjenje tlaka	8
7	Zaključek	9
	Literatura	10

1 Uporabljene oznake

Oznaka	Pomen
t	čas, enota: [s]
g	gravitacijski pospešek, enota: [m/s ²]
G	Gravitacijska konstanta, $G = 6.6742$, enota: [N m ² /kg ²]
r	razdalja, enota: [m]
m	masa, enota: [kg]
l	dolžina, enota: [m]
J	masni vztrajnostni moment, enota: [kg m ²]

2 Uvod

Gravitacijski pospešek je neposredna posledica mase in razdalje, na kateri opazujemo pospešek. Osnovna enačba

$$F_g = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1)$$

kar imenujemo Newtonov univerzalni gravitacijski zakon. G je gravitacijska konstanta, m_1 je masa prvega telesa, m_2 je masa drugega telesa, r je razdalja med telesoma in F_g je gravitacijska sila, ki deluje med obema telesoma.

3 Definicija naloge

- Določiti je potrebno vpliv gravitacijskega pospeška na meritve, pri katerih uporabljamo merilne inštrumente, ki so fizikalno vezani na težnostni pospešek. To so tehtnice z vzmetmi ali z nosilci (tehtnice z utežmi delujejo na principu razmerij mas in razdalj) in merilci tlaka (živosrebrni U-meter).
- Ugotoviti je potrebno zakonske ali standardne določbe, ki opredeljujejo meritve, kjer je eden izmed vplivnih parametrov gravitacijski pospešek.
- Poiskati je potrebno enačbo in/ali tabelo, kjer je določen gravitacijski pospešek v odvisnosti od zemljepisne širine in nadmorske višine.

4 Teoretične osnove

Temeljno vprašanje je: "Kaj povzroča gravitacijo?". Odgovora na to vprašanje človek še ne pozna, imamo pa nekaj teorij v kvantni fiziki (Velika enotna teorija (GUT¹), Teorija strun, Teorija o supersimetriji...).

Za predstavo o velikostnem razredu sil je podana tabela (4).

Gravitonov še niso dokazali. Obstajajo samo v teoriji.

¹Grand Unified Theory

Tip sile	Rel. moč (\approx za 2 protona v jedru)	Delci
Močna jedrska	1	Gluoni
Elektromagnetna	10^{-2}	Fotoni
Šibka jedrska	10^{-6}	W^\pm, Z^0
Gravitacijska	10^{-38}	Gravitoni (?)

Tabela 2: Štirje tipi sil v naravi.

5 WELMEC

WELMEC je evropska družba za zakonske določbe v meroslovju. Dokument "Directive 90/384/EEC" določa vse zakonske predpise, ki jih mora merilec upoštevati pri izvajanju meritev na neavtomatskih merilcih, da so meritve podane v skladu s predpisi v posameznih državah in da so meritve pregledne in ponovljive. [2]

5.1 Gravitacijske cone

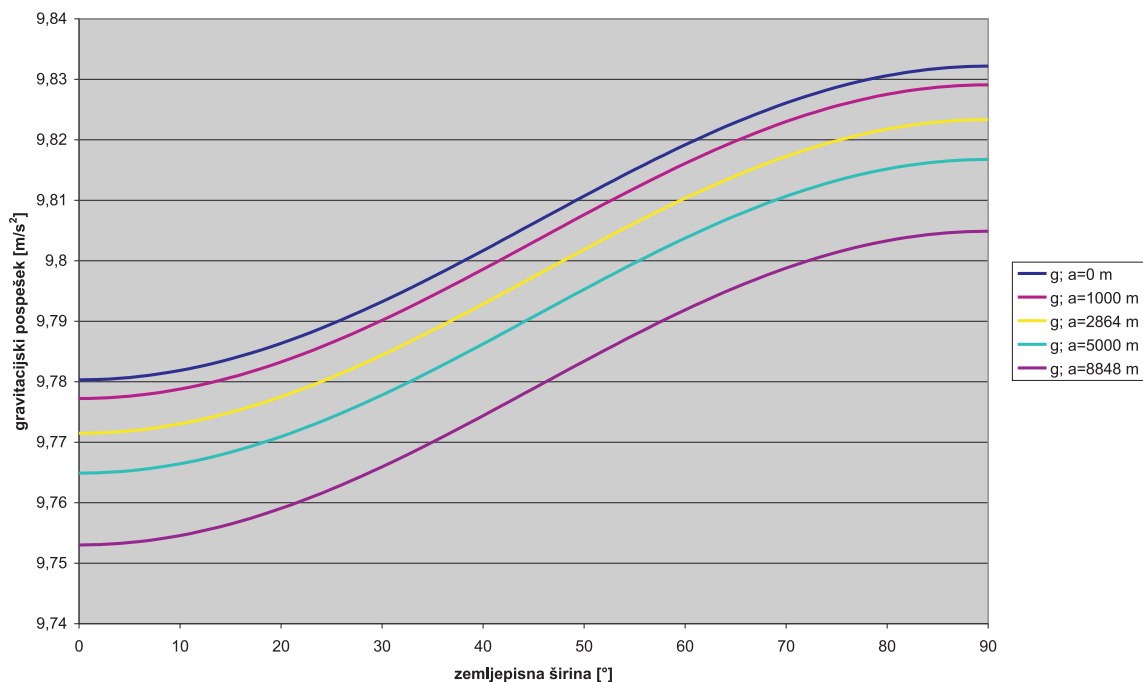
V direktivi /5/ so definirane gravitacijske cone, ki jih lahko država sama določi. Gravitacijska cona je definirana z zemljepisno širino φ° v mejah med φ_1° in φ_2° in nadmorsko višino a v mejah med a_1 in a_2 . Meje naj bodo določene z natančnostjo 1° (v izjemnih primerih 0.5°) za zemlj. širino in 100 m za nadmorsko višino.

5.2 Gravitacijska formula

Za izračun referenčnega gravitacijskega pospeška g_R se mednarodno uporablja standardizirana formula (2), ki upošteva vertikalni gradient gravitacijskega pospeška (spreminjanje gravitacijskega pospeška v odvisnosti od nadmorske višine)

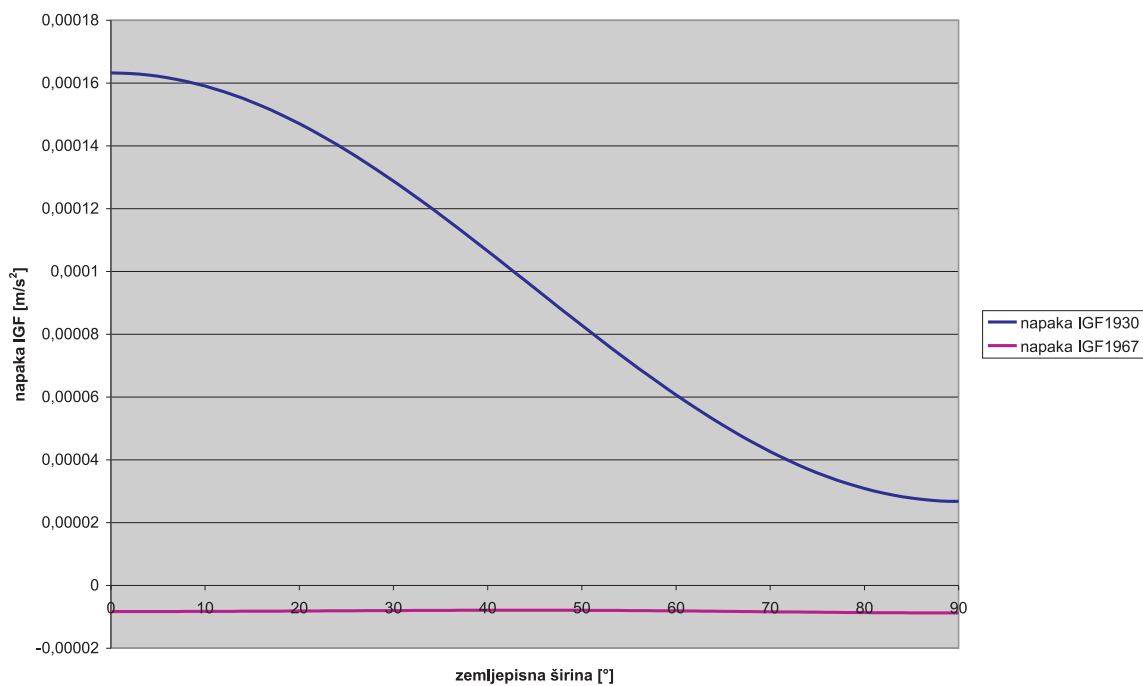
$$g = 9.780\,318 (1 + 0.005\,3024 \sin^2 \varphi - 0.000\,0058 \sin^2 2\varphi) - 0.000\,003085 a \text{ m/s}^2. \quad (2)$$

Graf $g(\varphi, a)$



5.2.1 Gravitacijski formuli iz let 1930 in 1967

Gravitacijska formula se je skozi leta izpopolnjevala. Na spodnjem grafu je napaka gravitacijskih formul iz let 1930 in 1967 na nadmorski višini 0 m. Referenca je standardizirana formula, ki velja danes (iz leta 1980). [3]



Mednarodna gravitacijska formula (IGF²) iz leta 1930

$$g(\varphi) = 9.78049 (1 + 0.0052884 \sin^2 \varphi - 0.0000059 \sin^2 2 \varphi). \quad (3)$$

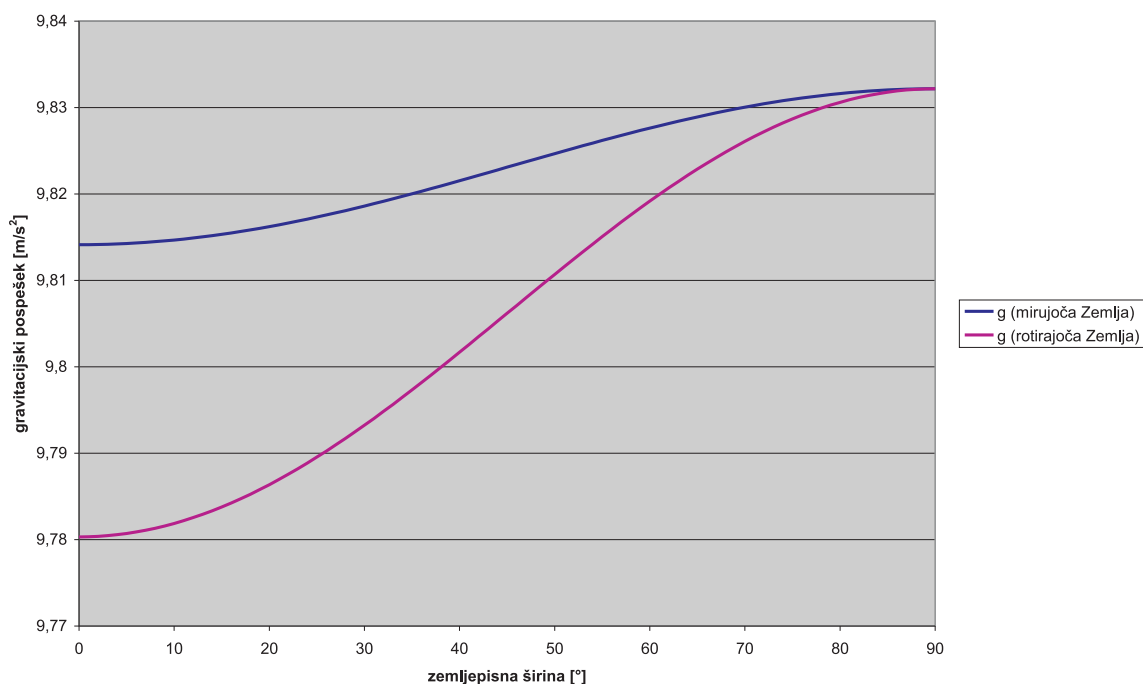
Mednarodna gravitacijska formula iz leta 1967

$$g(\varphi) = 9.78031846 (1 + 0.0053024 \sin^2 \varphi - 0.0000058 \sin^2 2 \varphi). \quad (4)$$

5.2.2 Rotacija Zemlje

Rotacija Zemlje nekaj pripomore k temu, da je gravitacijski pospešek navidezno manjši. Zaradi kotne hitrosti Zemlje na maso deluje centrifugalna (vztrajnostna) sila, ki deluje v nasprotni smeri kot gravitacijski pospešek. Zaradi razlike je pospešek nekoliko manjši kot v primeru, če Zemlja ne bi rotirala. Standardni formuli prištejemo $0.03382 \cos^2 \varphi$. [4]

Graf prikazuje razliko med pospeškom na rotirajoči Zemlji in mirujoči Zemlji na nadmorski višini 0 m.



6 Odvisnosti rezultata meritve od gravitacijskega pospeška

6.1 Fizikalno nihalo

Za primer vzamemo fizikalno nihalo. Diferencialna enačba, ki opisuje sistem je

$$J \ddot{\varphi} + m l g \sin \varphi = 0. \quad (5)$$

²International Gravity Formula

To je nelinearna diferencialna enačba, ki je analitično ne znamo rešiti. Če predpostavimo, da so na nihalu majhne amplitude, potem postane $\sin \varphi$ kar φ ,

$$J \ddot{\varphi} + m l g \varphi = 0. \quad (6)$$

Enačbo normiramo

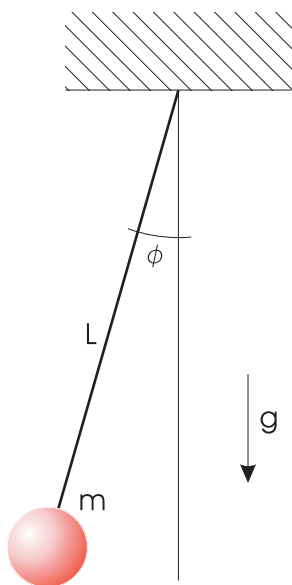
$$\ddot{\varphi} + \frac{m l g}{J} \varphi = 0. \quad (7)$$

Člen $\frac{m l g}{J}$ predstavlja kvadrat lastne krožne frekvence sistema.

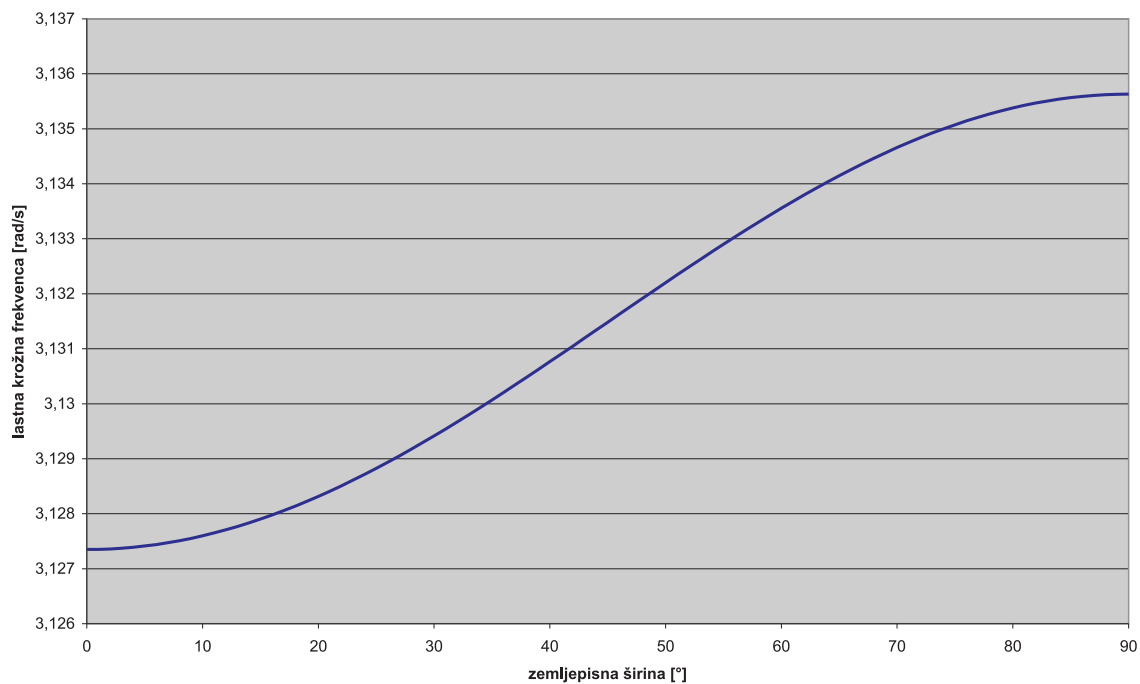
Poseben primer fizikalnega nihala je matematično nihalo. Lastna krožna frekvenca za ta primer je

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad (8)$$

kjer je l dolžina vrvice, g pa je težnostni pospešek. Ugotovili bomo odvisnost lastne krožne frekvence matematičnega nihala z vrstico dolžine 1 m od zemljepisne širine. Nadmorska višina naj bo 0 m.



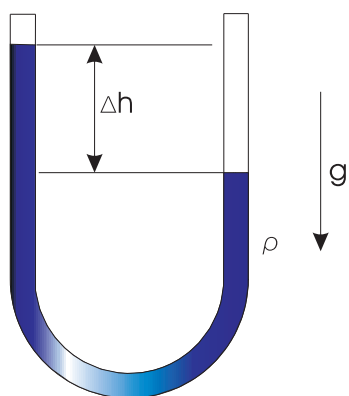
Graf $\omega_0(\varphi)$.



6.2 Merjenje tlaka

Za merjenje tlaka lahko uporabljamo t.i. U-cev, v kateri je neka kapljevina. Osnovna enačba, ki opisuje ravnotežno stacionarno stanje je

$$\Delta p = \rho g \Delta h. \quad (9)$$



Prav tako se pojavi na različnih zemljepisnih širinah napaka zaradi gravitacijskega pospeška. Graf je enake oblike kot v prejšnjem primeru, le številke so drugačne.

7 Zaključek

Na koncu pridemo do pomembnega sklepa. Gravitacijski pospešek ni zaemarljiv parameter pri merjenju. Če podrobneje pogledamo, vidimo, da ima g zelo velik vpliv. Izračunajmo, koliko bi zaostala ura v Caracasu (Venezuela, 10.5° SZŠ) za uro na Knivskjellodden-u (najsevernejša točka Evrope, Norveška, 71.19° SZŠ) v enem letu. Obe uri imata matematično nihalo z dolžino vrvice 1 m in oba kraja sta na nadmorski višini 0 m. Preprost račun pokaže, da v enem letu ura v Caracasu zaostane za uro na Knivskjellodden-u za 35851,06258 nihajev. V enem nihaju zaostane za 0,004577573 sekunde. To pomeni, da v enem letu zaostane za 164,1108731 sekund, kar je 2,735181218 minut.

Na uradu RS za meroslovje, laboratorij za maso (tel.: +386 1 244 27 06) lahko od prijaznega osebja dobimo informacijo o uradnem pospešku v Sloveniji. Upoštevajo direktivo WELMEC, ki smo jo omenili že v istoimenskem poglavju. Po neuradnih podatkih večinoma ne uravnavajo tehtnic na težnostni pospešek na različnih mestih v Sloveniji, ker je taka napaka zanemarljiva. Slovenija je premajhna za kaj takega. Za natančnejše meritve je pa zelo pomembno, kako je umerjena tehtnica in pri kakšnem pospešku.

Literatura

- [1] Douglas C. Giancoli. *Physics, Giancoli, 6th*. Ljubljana, Fakulteta za Strojništvo.
- [2] WELMEC, Directive 90/384/EEC: Common Application, Non-automatic weighing instruments, 4. izdaja. www.welmecc.org. WELMEC Secretariat BEV, Wien (Dunaj).
- [3] Spletna stran IGF. http://solid_earth.ou.edu/notes/potencial/igf.htm.
- [4] J. L. Meriam, L. G. Kraige. *Advanced Engineering Mechanics, Dynamics, 5th edition*, 2003. New York, John Wiley and Sons.