

**Vaja 3:**

**Merjenje deformacij in umerjanje  
dinamometra**

## Kazalo

<b>1</b>	<b>Namen vaje.....</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Cilj vaje .....</b>	<b>3</b>
<b>3</b>	<b>Opis merilnega sistema .....</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Preračun .....</b>	<b>4</b>
4.1	Izbor elastičnega elementa (primarni senzor: oblika, dimenzije, material) .....	4
4.2	Kontrola največje dopustne deformacije in sicer glede na največjo silo in glede na največjo dopustno deformacijo merilnega lističa.....	5
4.3	Kontrola glede na frekvenčni pas sile.....	5
4.4	Določitev najmanjše deformacije elastičnega senzorja glede na najmanjšo silo, ki jo želimo meriti .....	5
4.5	Izbor merilnih lističev (sekundarni senzor) .....	6
4.6	Določitev napajalne napetosti Wheatstonovega mostička glede na največji dopustni tok v merilnem lističu .....	6
4.7	Izračun merilne napetosti glede na najmanjšo deformacijo.....	6
4.8	Izračun termičnega šuma in kontrola razmerja koristni signal proti šumu .....	7
<b>5</b>	<b>Prikaz in vrednotenje izmerjenih signalov.....</b>	<b>7</b>
5.1	Histerezna zanka.....	7
5.2	Regresijska premica.....	8
5.3	Korelacijski koeficient $r_{xy}$ .....	9
5.4	Tabela meritev .....	10
<b>6</b>	<b>Vprašanja.....</b>	<b>10</b>
<b>7</b>	<b>Zaključek.....</b>	<b>12</b>
<b>8</b>	<b>Literatura.....</b>	<b>13</b>
	<b>Priloga 1: Tabela meritev .....</b>	<b>14</b>

## 1 Namen vaje

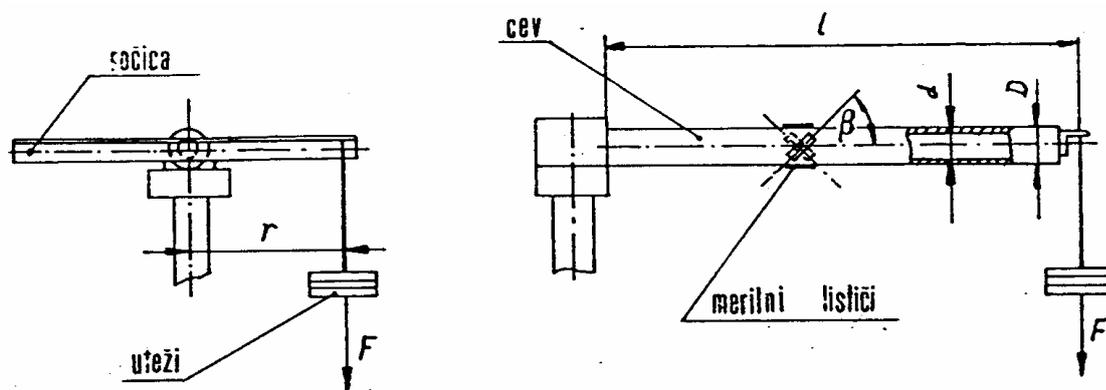
- Spoznati metodiko gradnje dinamometrov s pomočjo merilnih lističev na osnovi elastičnih deformacij.
- Preučiti zgradbo, izvedbo in delovanje merilnih lističev, ter vezavo le teh v merilno verigo.
- Spoznati različne principe merjenja in izvesti meritve torzijskega momenta za umerjanje dinamometra.
- Ovrednotiti dobljene rezultate in meritve ter oceniti dinamometer.

## 2 Cilj vaje

- Cilj vaje je opremiti dinamometer za merjenje torzijskih momentov z merilnimi lističi. Merilne lističe zvežemo v polnomostičkovo (Full-bridge) vezavo in to vezavo priključimo na Hottingerjev ojačevalnik KWS/II-5 z nosilno frekvenco 5kHz.
- Ugotoviti odvisnost odčitanih vrednosti na ojačevalcu od torzijskih obremenitev
- Ugotoviti konstanto dinamometra  $K$  (odč./Nm) s pomočjo regresijske premice
- Ugotoviti natančnost dinamometra z ugotavljanjem histereze
- Izračun korelacijskega momenta
- Narisati histerezno zanko in regresijsko premico

## 3 Opis merilnega sistema

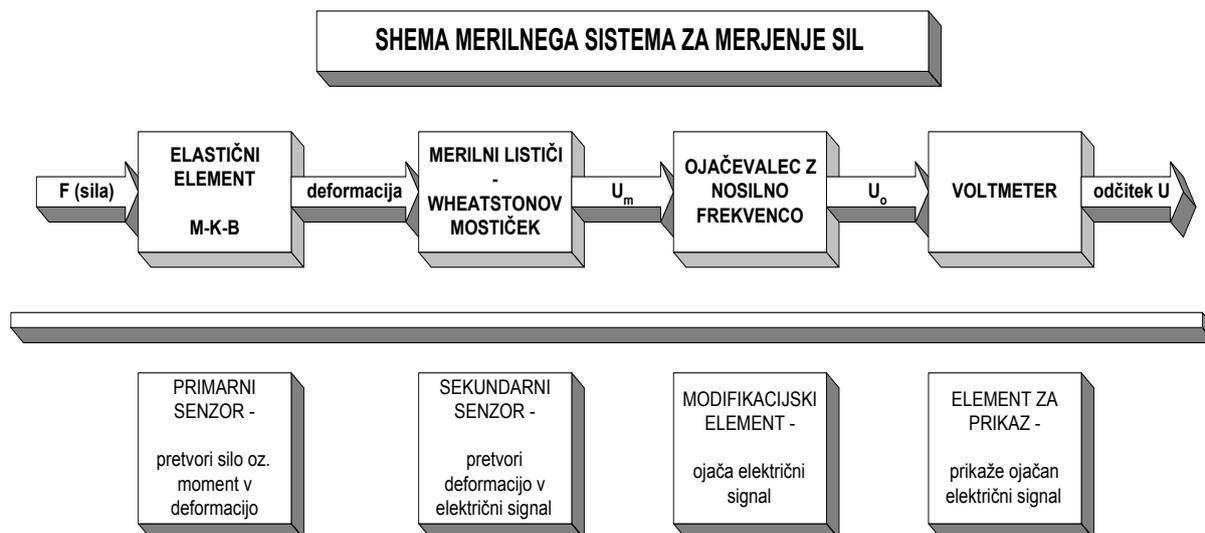
Slika dinamometra za merjenje torzijskih momentov



Princip delovanja: Elastični element oziroma primarni senzor pretvori delujočo silo oziroma moment v deformacijo. Merilni lističi vezani v Wheatstonov mostiček nato pretvorijo deformacijo s pomočjo spremembe upora v električni signal  $U_m$ . Ta signal se nato ojača na ojačevalcu z nosilno frekvenco 5 kHz v  $U_0$ . Ojačan električni signal se prikaže na elementu za prikaz (multimeter in

osciloskop). Shema merilnega sistema za merjenje sil oziroma momentov je prikazana na naslednji strani:

Blokovna shema demonstracijskega sistema:



## 4 Preračun

Za dinamometer prevzamemo naslednje specifikacije:

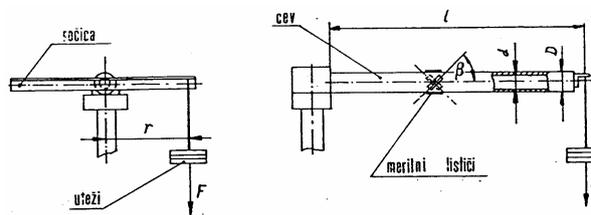
Največja sila, ki jo želimo meriti	$F_{\max}=500 \text{ N}$
Najmanjša sila, ki jo želimo meriti	$F_{\min}=10 \text{ N}$
Frekvenčni pas sile	$\omega_{\max}=50 \text{ rd/s}$
Dopustna deformacija merilnega traku	$\varepsilon_{\text{dop}}=0,01$

### 4.1 Izbor elastičnega elementa (primarni senzor: oblika, dimenzije, material)

Oblika: CEV

Dimenzije:  $D=0,048 \text{ m}$   
 $D=0,042 \text{ m}$   
 $L=0,5 \text{ m}$   
 $R=0,4 \text{ m}$  (dolžina ročice)

Material:  $G=8,1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$



Pri izračunu elastičnih senzorjev je treba upoštevati:

- najmanjšo deformacijo  $\delta$ , ki jo povzroči najmanjša sila  $F_1$  merilnega območja
- dinamiko sistema masa – vzmet – dušilka (M-K-B)

## 4.2 Kontrola največje dopustne deformacije in sicer glede na največjo silo in glede na največjo dopustno deformacijo merilnega lističa.

$\beta=45^\circ$  (kot največje deformacije)

$$\varepsilon_{\beta_{\max}} < \varepsilon_{dop}$$

$$\varepsilon_{\beta_{\max}} = \frac{16D \sin 2\beta}{\pi(D^4 - d^4)G} RF_{\max} < \varepsilon_{dop}$$

$$\varepsilon_{\beta_{\max}} = \frac{16 \cdot 0,048 \cdot \sin 2 \cdot \pi / 4}{\pi(0,048^4 - 0,042^4) \cdot 8,1 \cdot 10^{10}} \cdot 0,4 \cdot 500 = 2,74 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{\beta_{\max}} < \varepsilon_{dop} \rightarrow 2,74 \cdot 10^{-4} < 0,01$$

## 4.3 Kontrola glede na frekvenčni pas sile

Zadostiti moramo pogoju  $\omega \geq 10\omega_{i\max}$ , kar pomeni, da bo lastna frekvenca elastičnega elementa za vsaj dekadno višja od frekvenčnega pasu sile. To nam omogoča merjenje dinamične in dinamično statične obremenitve.

Glede na sistem M-K-D zapišemo:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_T}{J}} = \sqrt{\frac{G \cdot I_p}{l \cdot J}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\pi \cdot G \cdot (D^2 - d^2)}{4 \cdot I \cdot M}}$$

$$\rho = 7850 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$M = \rho \cdot V$$

$$V = \frac{\pi \cdot (D^2 - d^2) \cdot l}{4}$$

$$M = \frac{\pi \cdot \rho \cdot l \cdot (D^2 - d^2)}{4}$$

$$M = \frac{\pi \cdot 7850 \cdot 0,5 \cdot (0,048^2 - 0,042^2)}{4}$$

$$M = 1,665 \text{ kg}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\pi \cdot 8,1 \cdot 10^{10} \cdot (0,048^2 - 0,042^2)}{4 \cdot 0,5 \cdot 1,665}}$$

$$\omega_n = 6423,8 \text{ rd} / \text{s}$$

$$\omega > 10 \cdot \omega_{i\max} \rightarrow 6423,8 > 500$$

V našem primeru je pogoj za dekadno izpolnjen. V kolikor se nam zgodi da ni moramo povečati odpornostni moment  $W_p$ , s čimer povečamo togost primarnega senzorja;  $W_p = \frac{(D^4 - d^4) \cdot \pi}{16 \cdot D}$ .

Izmerili smo tudi lastno frekvenco dinamometra (celotnega sistema), ki pa je veliko manjša od lastne frekvence cevi. To je zaradi veliko večje togosti sistema oziroma togega nosilca. S pomočjo osciloskopa smo izmerili 3 nihaje v 0,05 s kar pomeni da je frekvenca  $60 \text{ s}^{-s}$ .

## 4.4 Določitev najmanjše deformacije elastičnega senzorja glede na najmanjšo silo, ki jo želimo meriti

Zaradi kontrole razmerja koristni signal proti termičnemu šumu računamo minimalno deformacijo. Glede na to deformacijo preračunamo še merilno napetost, ki predstavlja koristni signal.

$$\varepsilon_{\min} = \frac{16 \cdot D}{\pi \cdot (D^4 - d^4)} \cdot R \cdot F_{\min}$$

$$\varepsilon_{\min} = \frac{16 \cdot 0,048}{\pi \cdot (0,048^4 - 0,042^4)} \cdot 8,1 \cdot 10^{10} \cdot 0,4 \cdot 10 =$$

$$\varepsilon_{\min} = 5,495 \cdot 10^{-6}$$

#### 4.5 Izbor merilnih lističev (sekundarni senzor)

Ključna parametra pri izbiri merilnih lističev sta K in R.

Izbrali smo merilne lističe z naslednjimi lastnostmi:

K faktor	2
Normalna upornost R	120 $\Omega$
Maksimalni tok skozi merilni listič	0,025 A
Linearni razteznostni koeficient $\alpha_{lin}$	11 x 10 <sup>-6</sup> /°C
Upornostni koeficient $\alpha_{20^\circ}$	10 <sup>-5</sup> /°C
Maksimalna temperatura uporabe	200 °C
Maksimalni raztezek	1%
Maksimalna merilna frekvenca	50 kHz
Normalna obremenitev na površino lističa	20 mV/mm <sup>2</sup>

#### 4.6 Določitev napajalne napetosti Wheatstonovega mostička glede na največji dopustni tok v merilnem lističu

$$U_{B_{\max}} = 2 \cdot R_N \cdot I_{\max}$$

$$U_{B_{\max}} = 2 \cdot 120 \Omega \cdot 0,025 A$$

$$U_{B_{\max}} = 6V$$

R<sub>N</sub>...nadomestna upornost Wheatstonovega mostička

Glede na izračunano maksimalno napajalno napetost U<sub>bmax</sub> izberemo napetost, ki jo omogoča ojačevalce. Na izbiro imamo 1, 4, in 10 tako da izberemo najbližjo – in sicer 4V.

#### 4.7 Izračun merilne napetosti glede na najmanjšo deformacijo

V našem primeru imamo polnomostično vezje (Full-bridge), torej lahko uporabimo naslednjo enačbo:

$$U_{M/\min} = U_B \cdot K \cdot \varepsilon_{\min}$$

$$U_{M/\min} = 4 \cdot 2 \cdot 5,495 \cdot 10^{-6}$$

$$U_{M/\min} = 4,4 \cdot 10^{-5} V$$

#### 4.8 Izračun termičnega šuma in kontrola razmerja koristni signal proti šumu

Velikost motilnega signala oziroma termičnega šuma izračunamo po sledeči enačbi:

$$U_\delta = \sqrt{4 \cdot \Delta f \cdot \mathcal{G} \cdot R \cdot k}$$

$$U_\delta = \sqrt{4 \cdot 5000 \cdot 293 \cdot 120 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}}$$

$$U_\delta = 9,85 \cdot 10^{-8} V$$

kjer je:

$\Delta f$  – širina frekvenčnega pasu osciloskopa, s katerim ugotavljamo termični šum = 5000 Hz

$K$  – Boltzmanova konstanta  $k = 1,38 \times 10^{-23}$  J/K

$\mathcal{G}$  – absolutna temperatura (K) = 293 K

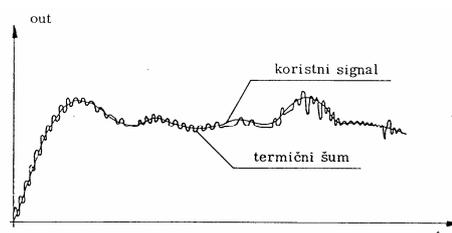
$R$  – upornost merilnega lističa = 120  $\Omega$

Naredimo lahko še kontrolo razmerja koristni signal proti termičnemu šumu:

$$\frac{U_M}{U_\delta} \geq 10$$

$$\frac{4,4 \cdot 10^{-5}}{9,85 \cdot 10^{-8}} \geq 10$$

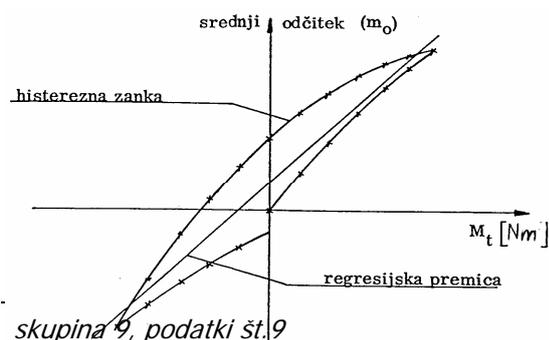
$$446,7 \geq 10$$



## 5 Prikaz in vrednotenje izmerjenih signalov

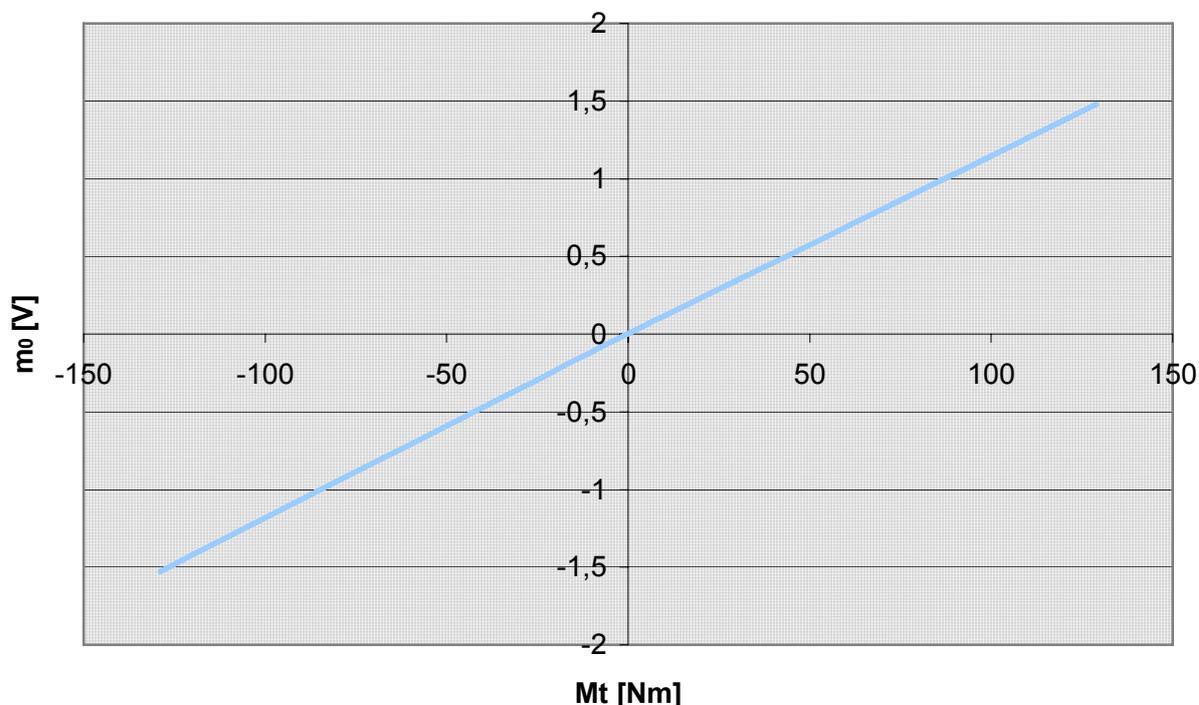
### 5.1 Histerezna zanka

Dobimo jo, če zasledujemo izstopni signal z večkratnim postopnim obremenjevanjem testiranega dinamometra. S tem dobimo eno izmed meril natančnosti dinamometra.



Glede na meritve (Priloga I) lahko narišemo naslednji graf:

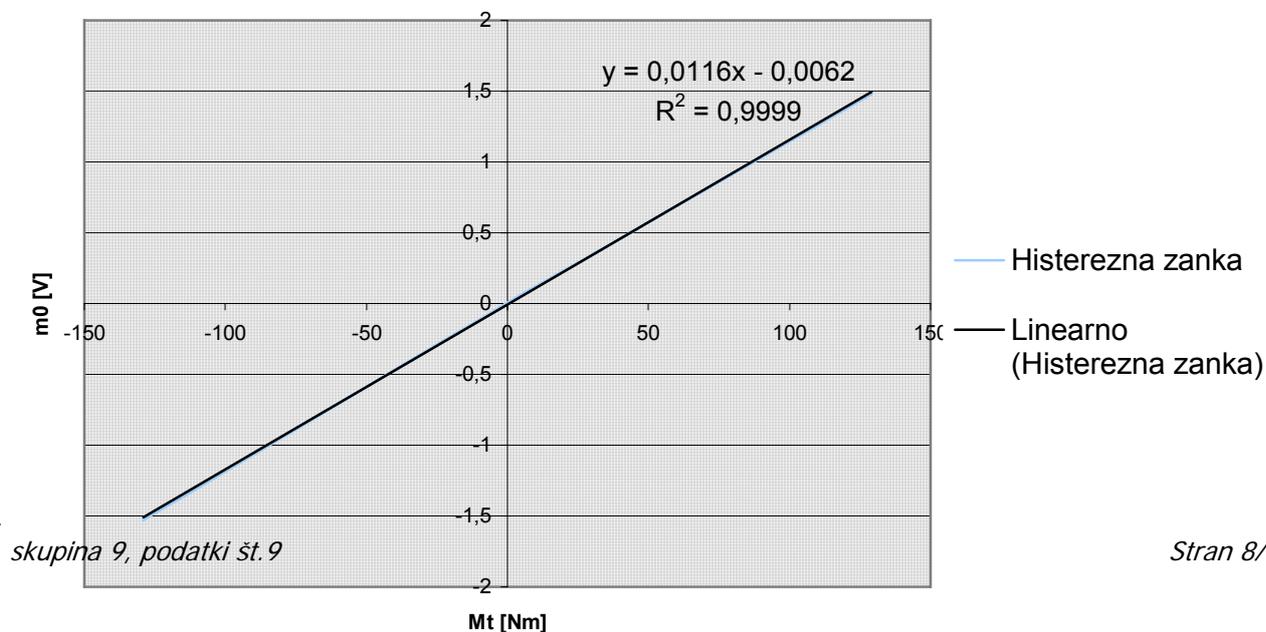
**Histerezna zanka**



## 5.2 Regresijska premica

Linearna enačba premice nam omogoči preprosto vrednotenje eksperimentalnih rezultatov. V osnovi se ravnamo po enačbah prikazanih na naslednjem listu, kjer vrednosti  $x$  in  $y$  jemljemo iz tabele meritev. Regresijsko premico lahko preračunamo tudi s pomočjo Excela in sicer tako, da narisanemu nizu podatkov dodamo trendno črto, kot je prikazano na spodnji sliki. Kljub temu da je postopek z Excelom lažji sem preračunal regresijo tudi po enačbah z naslednjega lista:

Regresijska premica



$$Y = a_0 + a_1 \cdot X$$

$$a_0 = \frac{\sum Y \sum X^2 - \sum X \sum (XY)}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$a_1 = \frac{n \sum (XY) - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$(\sum M_t)^2 = 1,1E - 28$$

$$(\sum m_0)^2 = 0,01716$$

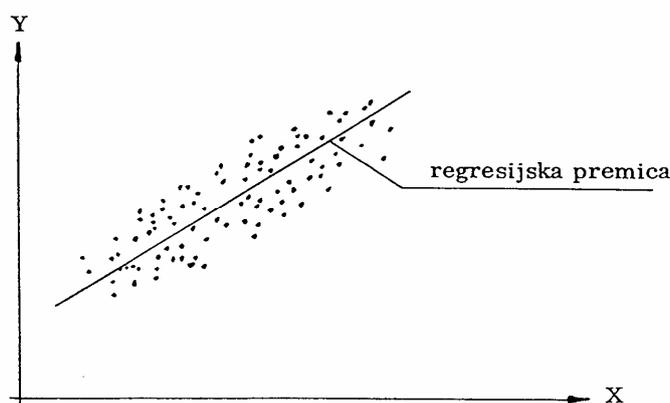
$$a_0 = \frac{\sum m_0 \sum M_t^2 - \sum M_t \sum m_0}{n \sum M_t^2 - (\sum M_t)^2}$$

$$a_0 = -0,00624$$

$$a_1 = \frac{n \sum M_t \cdot m_0 - \sum M_t \sum m_0}{n \sum M_t^2 - (\sum M_t)^2}$$

$$a_1 = 0,01165$$

$$Y = a_0 + a_1 \cdot X$$



### 5.3 Korelacijski koeficient $r_{xy}$

S pomočjo korelacijskega koeficienta  $r_{xy}$ , ki je definiran s kvocientom korelacijskega momenta  $K_{xy}$ , ter standardnima deviacijama  $s_x$  in  $s_y$ , ugotavljamo determinističnost funkcijske zveze. Determinističnost bi lahko tudi opredelili kot "ponovljivost". Korelacijski moment lahko izračunamo tudi na dva načina in sicer s pomočjo Excela ali pa po spodnji enačbi:

$$r_{xy} = \frac{n \sum (XY) - \sum X \cdot \sum Y}{\sqrt{[n \sum X^2 - (\sum x)^2] \cdot [n \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

$$r_{xy} = \frac{n \sum M_t \cdot m_0 - \sum M_t \cdot \sum m_0}{\sqrt{[n \sum M_t^2 - (\sum M_t)^2] \cdot [n \sum m_0^2 - (\sum m_0)^2]}}$$

$$r_{xy} = 0,99993$$

#### 5.4 Tabela meritev

Št.	F [N]	Mt [Nm]	Odčitki na multimetru		Sr. odč. $m_0$ [V]	Mt <sup>2</sup> [N <sup>2</sup> m <sup>2</sup> ]	$m_0^2$ [V <sup>2</sup> ]	M <sub>t</sub> · m <sub>0</sub>
1	0	0	0	0	0	0	0	0
2	22,5	9	0,107	0,103	0,105	81	0,011025	0,945
3	72,52	29,008	0,338	0,33	0,334	841,464064	0,111556	9,688672
4	122,52	49,008	0,567	0,56	0,5635	2401,78406	0,3175323	27,61601
5	222,47	88,988	1,03	1,01	1,02	7918,86414	1,0404	90,76776
6	322,47	128,988	1,493	1,467	1,48	16637,9041	2,1904	190,9022
7	222,47	88,988	1,032	1,01	1,021	7918,86414	1,042441	90,85675
8	122,52	49,008	0,572	0,557	0,5645	2401,78406	0,3186603	27,66502
9	72,52	29,008	0,339	0,332	0,3355	841,464064	0,1125603	9,732184
10	22,5	9	0,11	0,106	0,108	81	0,011664	0,972
11	0	0	0,004	0,005	0,0045	0	2,025E-05	0
12	-22,5	-9	-0,105	-0,103	-0,104	81	0,010816	0,936
13	-72,52	-29,008	-0,345	-0,336	-0,3405	841,464064	0,1159403	9,877224
14	-122,52	-49,008	-0,585	-0,572	-0,5785	2401,78406	0,3346623	28,35113
15	-222,47	-88,988	-1,065	-1,038	-1,0515	7918,86414	1,1056523	93,57088
16	-322,47	-128,988	-1,546	-1,507	-1,5265	16637,9041	2,3302023	196,9002
17	-222,47	-88,988	-1,065	-1,04	-1,0525	7918,86414	1,1077563	93,65987
18	-122,52	-49,008	-0,584	-0,571	-0,5775	2401,78406	0,3335063	28,30212
19	-72,52	-29,008	-0,344	-0,336	-0,34	841,464064	0,1156	9,86272
20	-22,5	-9	-0,102	-0,101	-0,1015	81	0,0103023	0,9135
21	0	0	0,006	0,005	0,0055	0	3,025E-05	0
∑	0	-1,066E-14	-0,143	-0,119	-0,131	78248,2574	10,620727	911,5193

## 6 Vprašanja

- Zgradba merilnih lističev?

- Princip delovanja merilnih lističev?

Prevodna žica dolžine  $L$  in preseka  $A$  s specifično upornostjo  $\rho$  ima upornost  $R$ :  $R = \frac{L\rho}{A}$ . Če to žico obremenimo na nateg ali "tlak" se spremeni njena upornost.

- Faktor ojačanja merilnih lističev?

Če diferenciramo enačbo  $R = \frac{L\rho}{A}$  in jo močno preuredimo v skladu s matematičnimi in fizikalnimi zakoni dobimo izraz za faktor ojačanja:  $K = \frac{dR/R}{dL/L} = 1 + 2\mu + \frac{d\rho/\rho}{dL/L}$ . V zapisani enačbi predstavlja prvi člen spremembo upornosti  $R$  zaradi spremembe dolžine  $L$ , drugi člen spremembo zaradi preseka  $A$  in tretji člen spremembo upornosti  $R$  zaradi spremembe piezoupornosti. Faktor  $K$  je odvisen od izbranega materiala za merilne lističe. Ponavadi je nekje med 2 in 4.

- Koraki pri konstruiranju dinamometrov?

- majhna merilna pot oz. deformacija primarnega senzorja (merilni postopek ne sme vplivati na parametre procesa ali pojava)
- dimenzije primarnega senzorja (omejen prostor, dinamične meritve - masa čim manjša da je lastna frekvenca čim višja)
- konstrukcija in vpetje primarnega senzorja, ki ne dopušča mehanske histereze (popači merilni rezultat),
- veliko merilno območje,
- zahtevana natančnost (želimo čim manjšo napako),
- odgovarjajoče dinamične karakteristike z ozirom na časovni potek sile, ki jo merimo (lastna frekvenca in dušenje),
- neodvisnost merjenja komponent sil  $F_x$ ,  $F_y$ , ...,
- lahko in enostavno umerjanje,
- robustnost konstrukcije,
- enostavno posluževanje.

- Kaj je potrebno paziti pri konstruiranju dinamometrov?

Ta alineja je v povezavi s prejšnjo. Paziti moramo še na termični šum, vpliv temperature, ustrezno vezavo, postopek nameščanja merilnih lističev na ustrezno mesto...

- Kako obvladujemo vpliv upogiba pri merjenju torzijskih meritev v tovrstnih merilnih sistemih?

V tovrstnih merilnih sistemih rešimo problem upogiba oziroma temperature z uporabo štirih merilnih trakov. Lahko vežemo na primer dva po dva na vsako stran nosilca in s tem izničimo vpliv. V kolikor zvežemo merilne trakove narobe nam bo odčitek kazal 0.

- Kako obvladujemo vpliv temperature pri tovrstnih meritvah?

Kompenziramo isto kot v prejšnji alineji. Vzamemo več merilnih lističev in jih zvezane v ustrezno mostično vezavo namestimo na merilno mesto.

- Načini vrednotenja rezultatov- kaj nam pove histerezna zanka in korelacijski koeficient in kako ju določimo?

Histerezna zanka je ena izmed meril natančnosti dinamometra. Določimo jo tako, da zasledujemo izstopni signal z večkratnim postopnim obremenjevanjem dinamometra.

Korelacijski moment nam pove determinističnost funkcijske zveze – ponovljivost. Določimo ga s pomočjo enačbe:

$$r_{xy} = \frac{n \sum (XY) - \sum X \cdot \sum Y}{\sqrt{[n \sum X^2 - (\sum x)^2] \cdot [n \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

## 7 Zaključek

Na vaji sem prvič spoznal metodiko gradnje dinamometrov kot tudi zgradbo, delovanje in izvedbe merilnih lističev. Opravili smo po eno serijo meritev na vsaki strani dinamometra. Iz dobljenih meritev sem narisal graf histerezne zanke in regresijske premice. Graf histerezne zanke nam predstavlja odvisnost torzijske obremenitve od srednje vrednosti odčitka na multimetru. Na tem mestu bi omenil, da smo imeli poleg prisotno še upogibno obremenitev, vendar smo jo "izničili" s pomočjo vseh štirih merilnih lističev → Tako smo merili le torzijsko obremenitev. Histerezna zanka je podobna linearni premici in predstavlja merilo natančnosti dinamometra. Kot zahtevano že v začetku naloge je bilo potrebno narisati tudi regresijsko premico oziroma trendno črto ki nam omogoči preprosto vrednotenje eksperimentalnih rezultatov. Le ta je zelo podobna sami histerezni zanki in jo v veliki večini prekriva, kar se lepo vidi iz drugega grafa. Premica ustreza enačbi oblike  $y=kx+n$  oziroma  $y=0,0116x-0,0062$ . Iz te zveze lahko takoj razberemo  $k$ , ki znaša 0,0116. Ta  $k$  predstavlja faktor ojačanja sistema oziroma konstanto dinamometra, ki je definirana kot naklonski kot premice. Zapišemo lahko tudi enačbo  $K = \frac{Out}{In} = tg\alpha$ . Pri opravljenih meritvah je bilo potrebno

ugotoviti tudi "ponovljivost" oziroma determinističnost funkcijske zveze s korelacijskim momentom  $r_{xy}$ . Le ta znaša 0,99993 kar nam pove, da je sistem zelo determinističen (vrednost momenta je zelo blizu 1).

Glede na to, da je histerezna zanka merilo natančnosti dinamometra ocenjujem, da je testni dinamometer na laboratorijski vaji dokaj natančen in ima za izvedene meritve linearno merilno karakteristiko opisljivo z regresijsko premico.

Spodnji dve sliki ponazarjata potek meritev → spreminjanje uteži in odčitavanje na multimetru.



Skupina 9 podatki št. 9



## **8 Literatura**

- [1] Laboratorij za tehnično kibernetiko, obdelovalne sisteme in računalniško tehnologijo & Laboratorij za proizvodnjo kibernetiko in eksperimentalne metode, Predloga za vaje 2005/2006, Ljubljana, Fakulteta za Strojništvo.

## **Priloga 1: Tabela meritev**