

VREDNOTENJE PROCESOV

Primer:

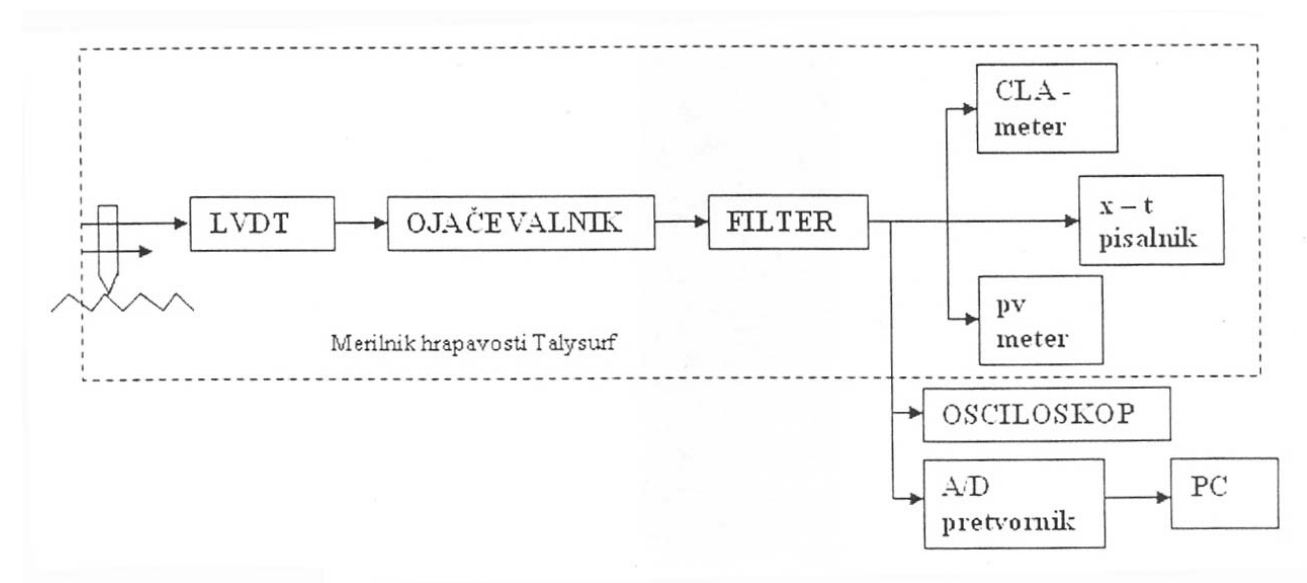
MERJENJE IN ANALIZA HRAPAVOSTI POVRŠIN

1. Definicija naloge

Merjenje hrapavosti površin in vrednotenje površin z osnovnimi statističnimi merami, ki služijo za popis stacionarnih naključnih procesov.

2. Merilni sistem

Merilni sistem vsebuje merilnik hrapavosti ter elemente za vrednotenje generiranega signala. Prikazuje ga slika 1.



Slika 1: Merilni sistem

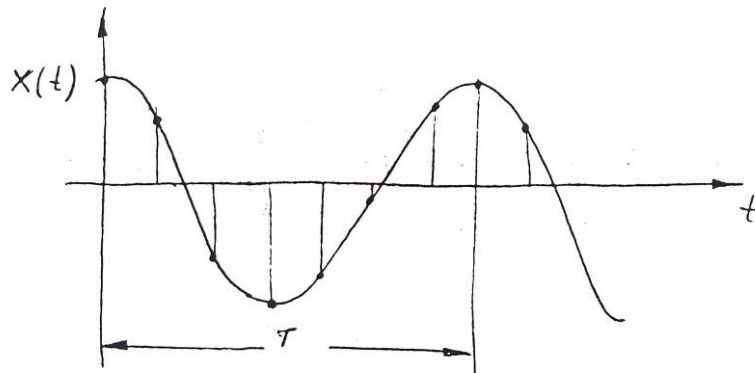
3. Praktični del vaje

Potrebno je:

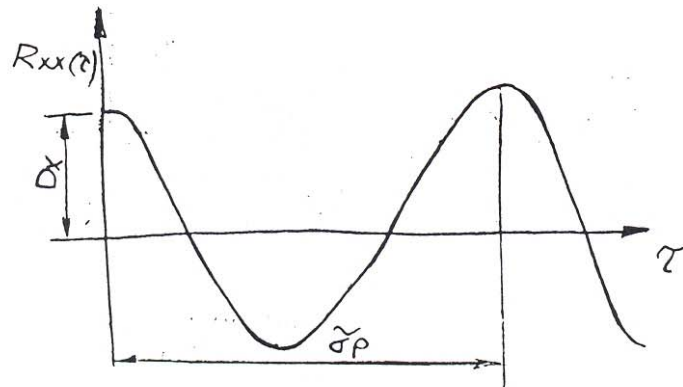
- Namestiti merjenec tako, da bo merjena površina paralelna z gibanjem tipalne igle;
- analizirati različne profile površine;
- oceniti dolžino vzorca;
- ovrednotiti hrapavost površine z osnovnimi statističnimi merami za popis naključnih procesov, v okviru tega obravnavaj prvi absolutni centralni moment (CLA), standardno deviacijo, maksimalno odstopanje pv, gostoto verjetnosti $p(x)$, avtokorelacijsko funkcijo in spekter moči.

KORELACIJSKA FUNKCIJA PERIODIČNIH FUNKCIJ (SIGNALOV)

Periodični signal:



Korelacijska funkcija signala:

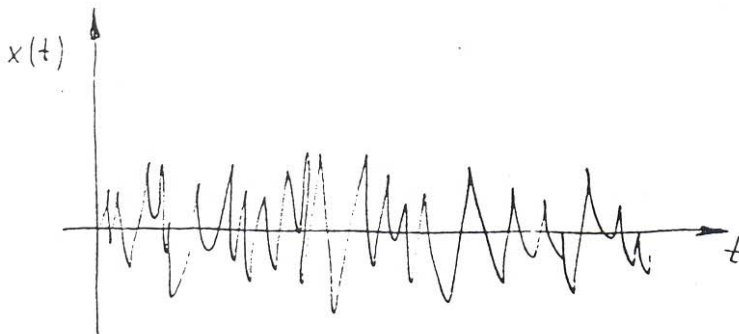


D_x ... varianca

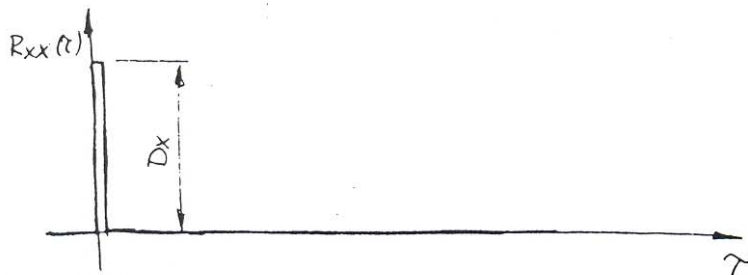
- korelacijska funkcija periodičnega signala je periodičnega značaja z isto periodo $T = T_p$

KORELACIJSKA FUNKCIJA NAKLJUČNIH SIGNALOV

Popolno naključni signal z vsemi frekvencami - beli šum



Korelacijska funkcija:

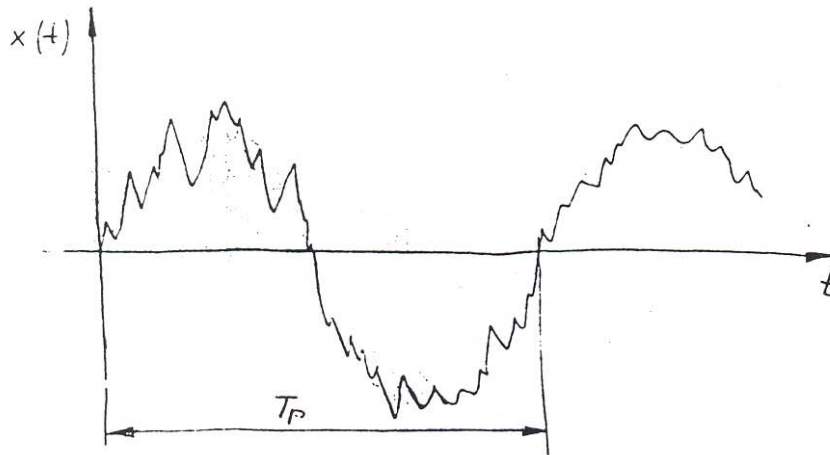


D_x ... varianca

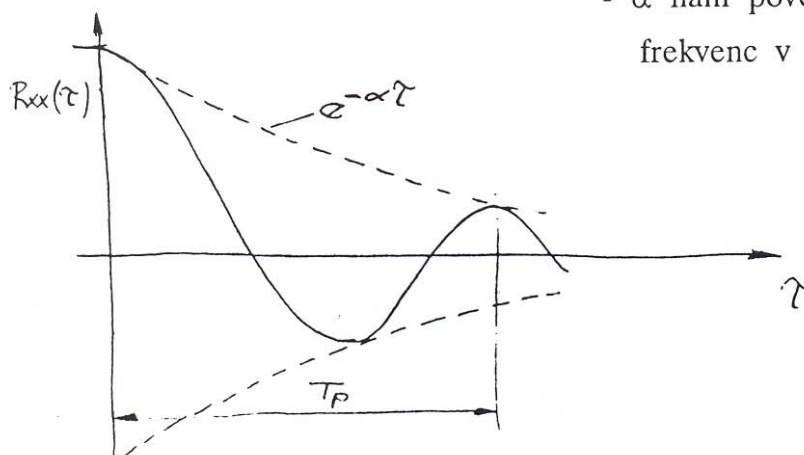
KORELACIJSKA FUNKCIJA NAKLJUČNIH SIGNALOV

Signal, ki ga običajno dobimo, ima nizkofrekventno periodično nihanje in visokofrekventni šum.

Oblika:



Korelacijska funkcija:



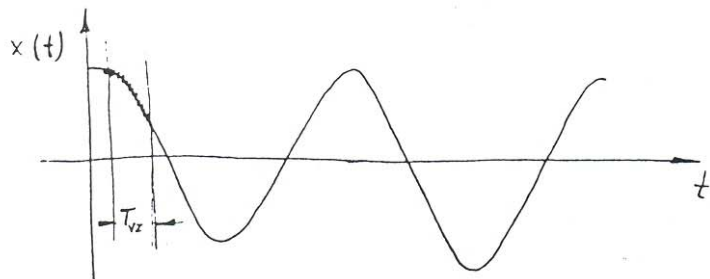
- periodi sta enaki - periodič.
- α nam pove prisotnost visokih frekvenc v signalu

NARAVA DIGITALNEGA OBRAVNAVANJA SIGNALOV

Možnosti pogreškov:

1.)

vzorčenje: $\Delta t < \frac{1}{2f_{\max}}$

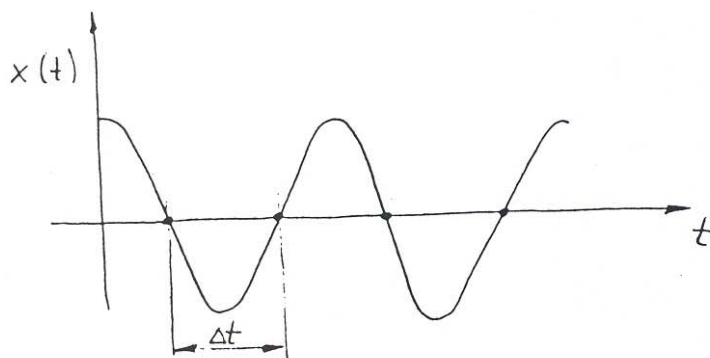


dolžina vzorca $t_{vz} > 10 \frac{1}{f_{\min}}$

$$\Delta t \ll f_{\max sig}^{-1}$$

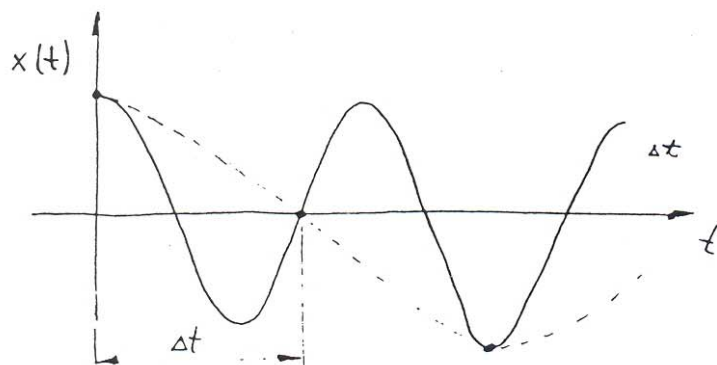
in T_{vz} prekratek

2.)

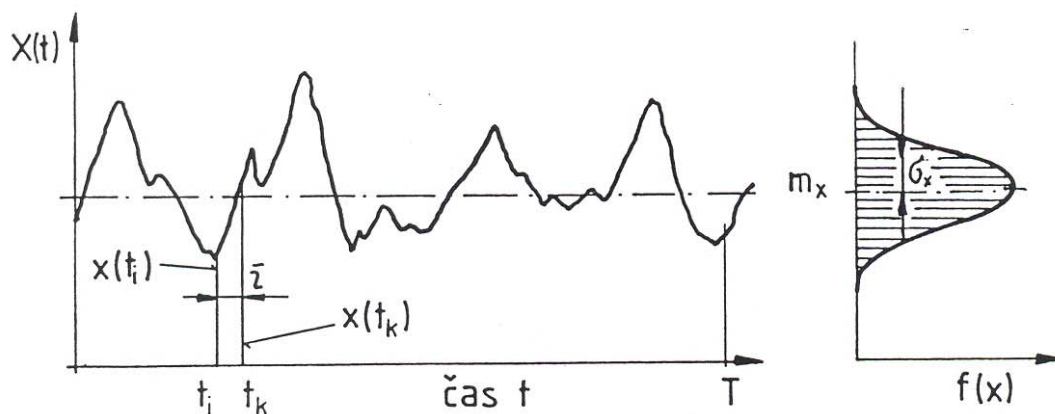


$$\Delta t = \frac{1}{2f_{sig}}$$

3.)



$$\Delta t = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{f_{sig}}$$



$$\tau = t_k - t_i \quad \tau = \{\tau_{\min}, 0, 1T\}$$

NAKLJUČNI PROCES OCENIMO V DVEH SMEREH IN SICER

- a) - V SMERI ORDINATE $X(t)$
- b) - V ČASOVNI OSI $t \quad 0 \leq t < T$

a) IZRAČUNAMO POLOŽAJ m_x IN VARIANCO D_x OZIROMA STANDARNO DEVIACIJO σ_x

b) IZRAČUNAMO KORELACIJSKO FUNKCIJO $K_x(\tau)$ IN ENERGIJSKI SPEKTER $S_x(\omega)$

ad a)
$$m_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(t_i)$$

$$D_x = \sigma_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x(t_i) - m_x]^2$$

ad b) KORELACIJSKO FUNKCIJO $K_x(\tau)$ RAČUNAMO ZA DISKRETNE VREDNOSTI KORELACIJSKIH MOMENTOV, PRI ČEMER SPREMINJAMO VREDNOST τ :

$$K_x(\tau) = K_x(t_i, t_i + \tau) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [x(t_i) - m_x][x(t_i + \tau) - m_x]$$

POSTOPEK DOLOČITVE KORELACIJSKE FUNKCIJE S KORELATORJEM HP 3721 A

1. korak:

$$R_{xx}(\tau = 0) = \{x(t_1)x(t_1)\} \frac{1}{N}$$

$$R_{xx}(\tau = \Delta t) = \{x(t_2)x(t_1)\} \frac{1}{N} \quad t_2 = t_1 + \Delta t$$

.

$$R_{xx}(\tau = 99\Delta t) = \{x(t_{100}) \cdot x(t_1)\} \frac{1}{N} \quad t_{100} = t_1 + 99\Delta t$$

2. korak:

$$R_{xx}(\tau = 0) = R_{xx}(\tau = 0) + \{x(t_2)x(t_2)\} \frac{1}{N}$$

$$R_{xx}(\tau = \Delta t) = R_{xx}(\tau = \Delta t) + \{x(t_3)x(t_2)\} \frac{1}{N} \quad t_3 = t_2 + \Delta t$$

.

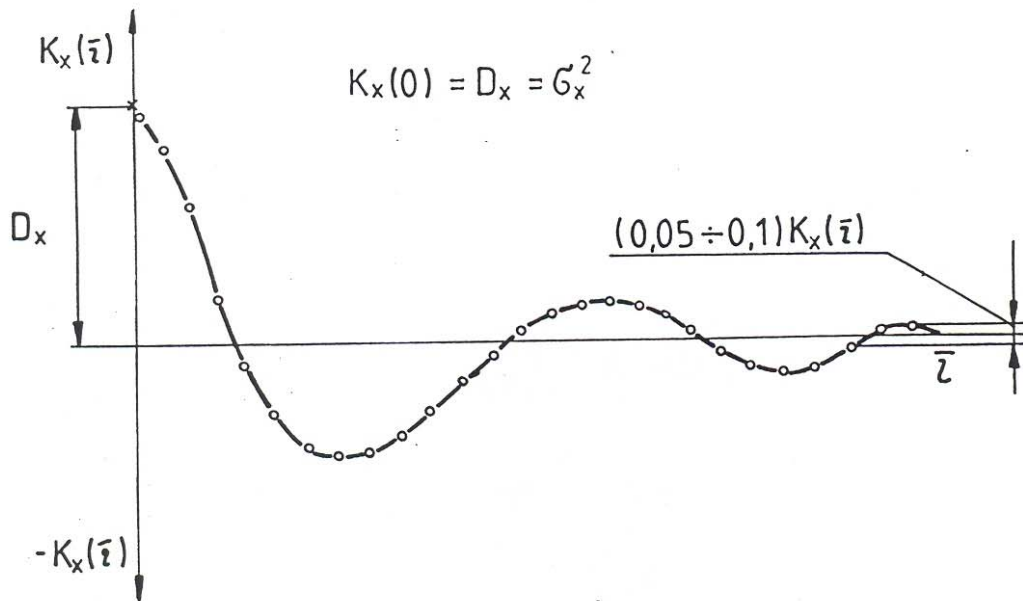
$$R_{xx}(\tau = 99\Delta t) = R_{xx}(\tau = 99\Delta t) + \{x(t_{101})x(t_2)\} \frac{1}{N} \quad t_{101} = t_2 + 99\Delta t$$

N-ti korak:

$$R_{xx}(\tau = 0) = R_{xx}(\tau = 0) + \{x(t_N)x(t_N)\} \frac{1}{N}$$

.

$$R_{xx}(\tau = 99\Delta t) = R_{xx}(\tau = 99\Delta t) + \{x(t_{N+99})x(t_n)\} \frac{1}{N}$$

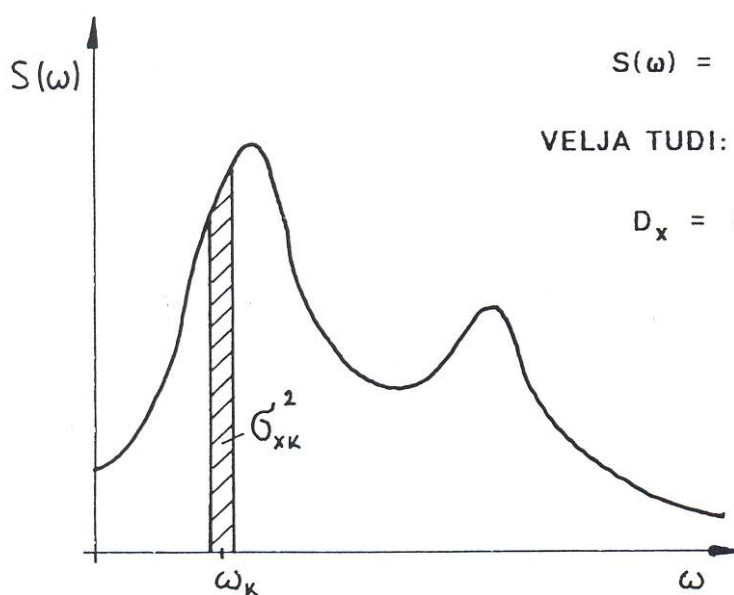


PO IZRAČUNU TOČK POVEŽEMO TE MED SEBOJ IN DOBIMO KORELACIJSKO FUNKCIJO. TOČKA $K_x(0)$ NA ORDINATI GRAFA (PRI $\tau = 0$) ODGOVARJA VREDNOSTI VARIANCE $D_x = K_x(0) = \sigma_x^2$ ŠTI

NORMIRANO KORELACIJSKO FUNKCIJO $k(\tau)$ DOBIMO TAKO, DA DELIMO KORELACIJSKE MOMENTE $K(\tau)$ Z VARIANCO D_x

$$k_x(\tau) = \frac{K_x(\tau)}{\sigma_x^2}$$

S FOURIERJEVO TRANSFORMACIJO KORELACIJSKE FUNKCIJE $k_x(\tau)$ DOBIMO ENERGIJSKI SPEKTER $S(\omega)$ NAKLJUČNEGA PROCESA



$$S(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} k_x(\tau) \cos \omega \tau \, d\tau$$

VELJA TUDI:

$$D_x = \sigma_x^2 = \int_0^{\infty} S(\omega) \, d\omega$$

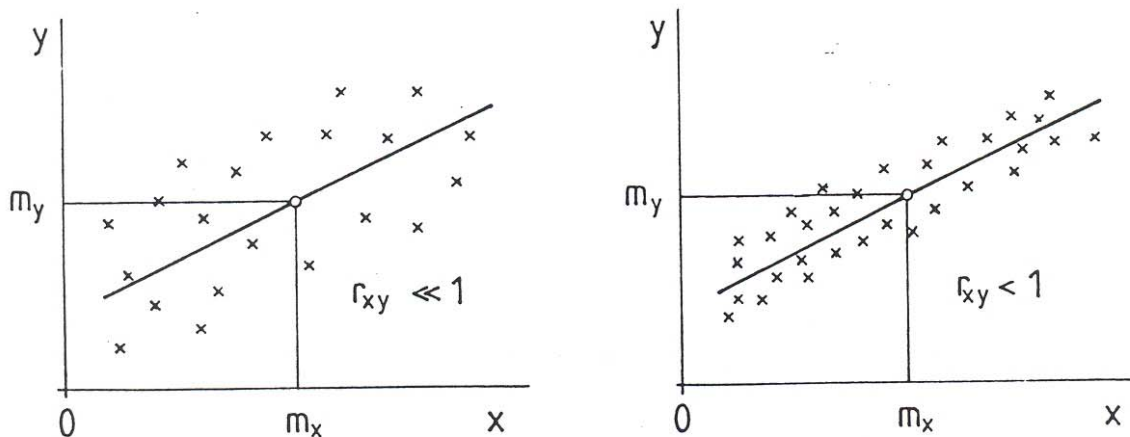
$$\sigma_{xk}^2 = \int_{\omega_k - \Delta}^{\omega_k + \Delta} S(\omega) \, d\omega$$

POLOŽAJNE IN CENTRALNE KARAKTERISTIKE
SPREMENLJIVKE $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$

POLOŽAJNE KARAKTERISTIKE	
ZA DISKRETNE VREDNOSTI X SPLOŠNO : $\alpha_s [X] = \sum_{i=1}^n x_i^s p_i$	ZA KONTINUIRANE VREDNOSTI $X(t)$ SPLOŠNO : $\alpha_s [X] = \int_{-\infty}^{\infty} x^s f(x) dx$
SREDNJA VREDNOST m_x ($s = 1$) $s = 1$ $m_x = \sum_{i=1}^n x_i p_i$	SREDNJA VREDNOST m_x ($s = 1$) $m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx$

CENTRALNE KARAKTERISTIKE	
ZA DISKRETNE VREDNOSTI X SPLOŠNO: $\mu_s = \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^s p_i$	ZA KONTINUIRANE VREDNOSTI $X(t)$ SPLOŠNO: $\mu_s = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^s f(x) dx$
SREDNJA ARITMETIČNA DEVIACIJA ($s = 1$)	
$\mu_1 = \sum_{i=1}^n x_i - m_x p_i$	$\mu_1 = \int_{-\infty}^{\infty} x - m_x f(x) dx$
VARIANCA ($s = 2$)	
$\mu_2 = \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2 p_i$	$\mu_2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f(x) dx$
STANDARDNA DEVIACIJA $\sigma_x = \sqrt{\mu_2}$	
POŠEVNOST ($s = 3$)	
$\mu_3 = \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^3 p_i$	$\mu_3 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^3 f(x) dx$
POŠEVNOST (NORMIRANA) $P = \frac{\mu_3}{\sigma_x^3}$	
KURTOSIS ($s = 4$)	
$\mu_4 = \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^4 p_i$	$\mu_4 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^4 f(x) dx$
KURTOSIS (NORMIRANA) $E_x = \frac{\mu_4}{\sigma_x^4} - 3$	
$E_x = 3$ ZA GAUSSOVO DISTRIBUCIJO	

INTERPRETACIJA KORELACIJE DVEH ALI VEČ SPREMENLJIVK



KORELACIJSKI KOEFICIENT

$$-1 < r_{xy} < 1$$

REGRESIJSKA PREMICA

$$y = m_y + b(x_i - m_x)$$

$$b = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

ZA IZRAČUN REGRESIJSKE PREMICE DOLOČIMO

$$m_x = \sum_{i=1}^n x_i p_{ix} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

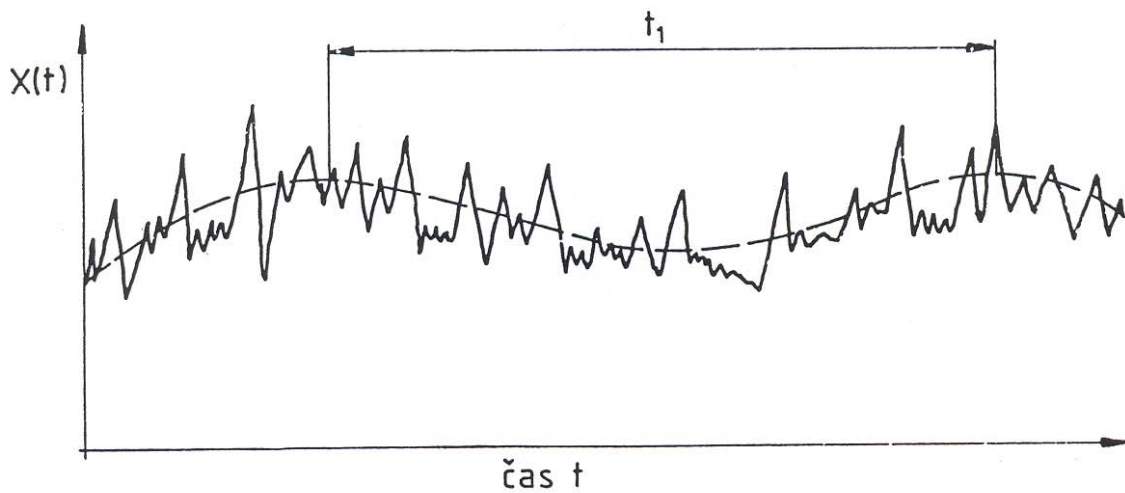
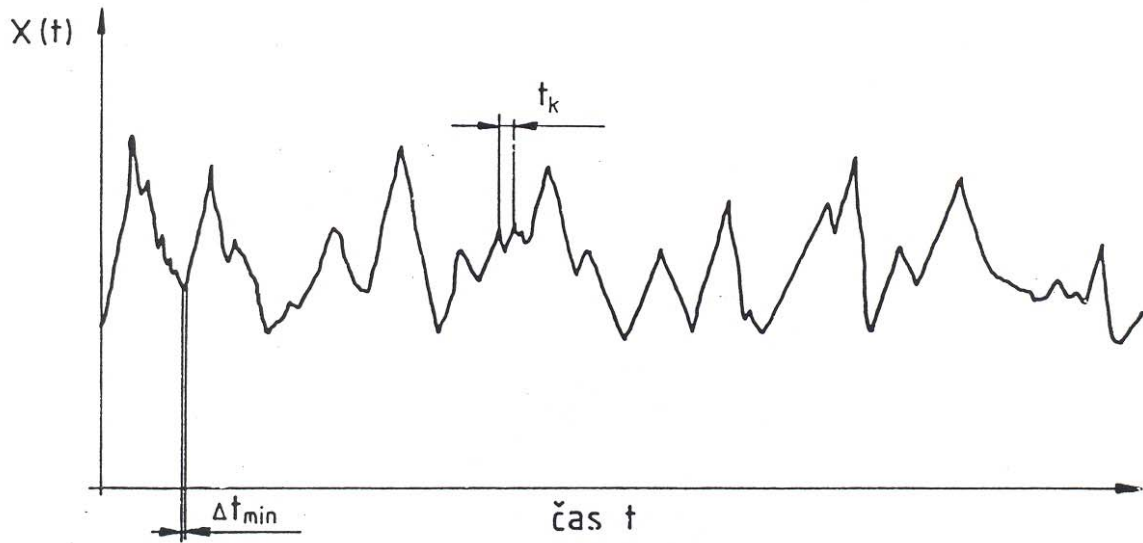
$$m_y = \sum_{i=1}^n y_i p_{iy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)^2$$

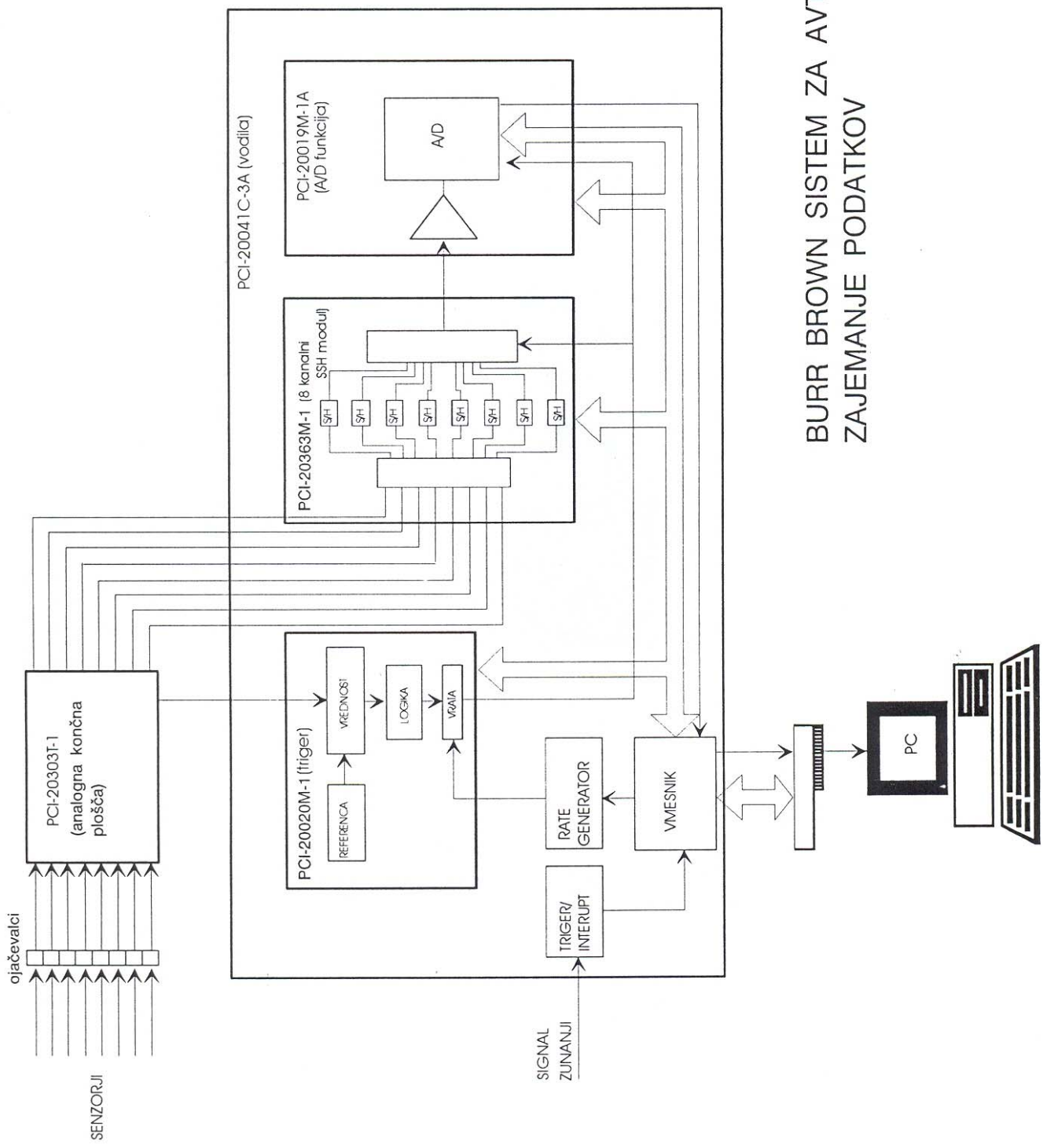
$$\sigma_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - m_y)^2$$

$$K_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)$$

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}$$



ZA RAČUNALNIŠKO VREDNOTENJE ANALOGNIH SIGNALOV JE POTRIBNO TE DIGITALIZIRATI S POMOČJO ANALOGNO-DIGITALNIH PRETVORNIKOV (A/D - PRETVORNIKI).



BURR BROWN SISTEM ZA AVTOMATSKO ZAJEMANJE PODATKOV

PRI TEM POSTOPAMO TAKOLE:

- IZ ZAPISA SIGNALA OCENIMO NAJKRAJŠO PERIODO t_k , KI V SIGNALU NASTOPA
- NADALJE OCENIMO NAJDALJŠO PERIODO t_1 V SIGNALU
- DOPUSTNA NAPAKA PRI DIGITALIZACIJI ZNAŠA $\delta = 0,01 \pm 0,02$

IZ TEH PODATKOV MORAMO DOLOČITI:

1. NAJKRAJŠI ČAS VZORČENJA Δt_{\min} , KI MORA ZADOSTITI POGOJU DOPUSTNE NAPAKE δ
2. DOLŽINO SIGNALA T OZIROMA ŠTEVILO VZORCEV SIGNALA

ad 1. IZ OCENITVE ČASA NAJKRAJŠE PERIODE t_k IZRAČUNAMO NAJVIŠJO FREKVENCO ω_k , KI NASTOPA V SIGNALU

$$\omega_k = \frac{2\pi}{t_k}$$

Z UPOŠTEVANJEM NQUISTOVEGA KRITERIJA DOLOČIMO ČAS VZORČENJA Δt_{\min}

$$\Delta t_{\min} = \frac{2\pi}{10\omega_k} = 0,1 t_k$$

ad 2. IZ OCENITVE ČASA NAJDALJŠE PERIODE t_1 IZRAČUNAMO NAJNIŽJO FREKVENCO ω_1 , KI NASTOPA V SIGNALU

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{t_1}$$

TER NATO IZRAČUNAMO DOLŽINO SIGNALA T PO FORMULI

$$T \geq 10 t_1$$

ŠTEVILO POTREBNIH VZORCEV SIGNALA IZRAČUNAMO IZ T :

$$N = \frac{T}{\Delta t_{\min}}$$

VREDNOST Δt_{\min} UPORABIMO ZA NASTAVITEV A/D PRETVORNIKA, TER VREDNOST T ZA DOLOČITEV ČASA DIGITALIZIRANJA (OZIROMA N ZA ŠTEVILO VZORCEV SIGNALA).

HRAPAVOST POVRŠINE

1. SREDNJA ARITMETIČNA VREDNOST NAGUBANOSTI EFEKTIVNEGA PROFILA NAREFERENČNI DOLŽINI L

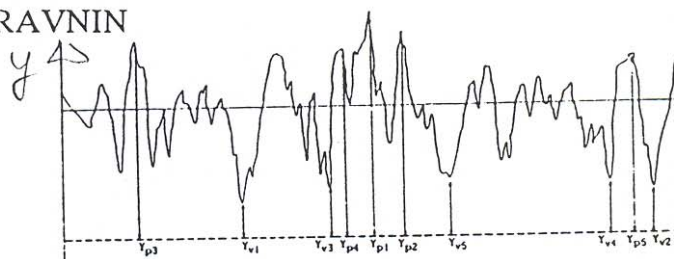
$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L |y(x)| dx \quad (1/LENGTH)*INTEG(ABS(W1))$$

2. STANDARDNA DEVIACIJA

$$R_q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L y^2(x) dx} \quad RMS(W1)$$

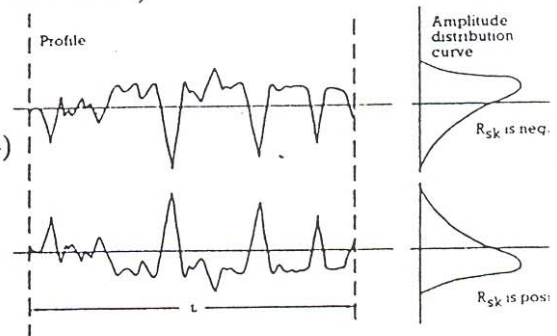
3. SREDNJA VIŠINA NERAVNIN

$$R_z = \frac{1}{5} \left(\sum_{i=1}^5 y_{pi} - \sum_{i=5}^5 y_{vi} \right)$$



4. SIMETRIJA PROFILA (glede na linijo srednje vrednosti)

$$R_{sk} = \frac{1}{nR_q^3} \sum_{i=1}^n (y_i)^3 \quad MEAN((W1)^4)/RMS^4$$

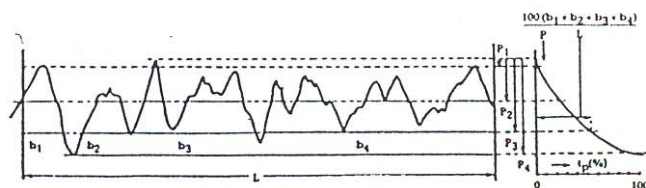
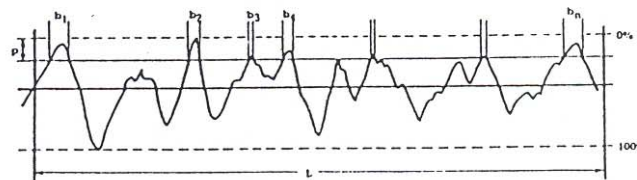


5. KURTOSIS-SPLOŠČENOST PROFILA

$$R_{ku} = \frac{1}{nR_q^4} \sum_{i=1}^n (y_i)^4 \quad MEAN((W1)^3)/RMS^3$$

6. NALEGANJE PROFILA

$$t_p = \frac{100}{L} \sum_{i=1}^n b_i$$



7. HIBRIDNI PARAMETER

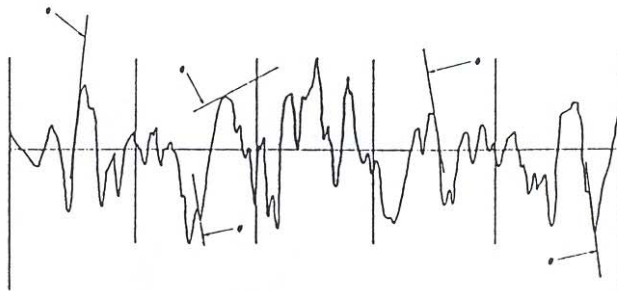
$$\lambda_q = \frac{2\pi R_q}{\Delta q}$$

$$\Delta q = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L (\theta(x) - \bar{\theta})^2 dx}$$

$$\lambda_p = 2 * \text{PI} * \text{RMS}(W1) / \text{RMS}(\text{DERIV}(W1))$$

$$\bar{\theta} = \frac{1}{L} \int_0^L \theta(x) dx$$

$$\theta(x) = y'(x)$$



Stopnja površinske hrapavosti v odvisnosti od največjega srednjega odstopanja profila Ra.

Ra μm	stopnja hrapavosti	Ra μm	stopnja hrapavosti	Ra μm	stopnja hrapavosti
0.025	N1	0.4	N5	6.3	N9
0.05	N2	0.8	N6	12.5	N10
0.1	N3	1.6	N7	25	N11
0.2	N4	3.2	N8	50	N12