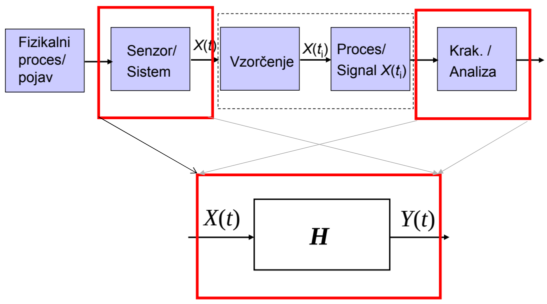
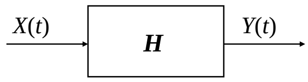
Ponovitev predavanja 12

Mesto linearnih transformacij v eksperimentalnem stavku:





$Y(t) = \boldsymbol{H}[X(t)]$

$X(t)$ …. naključni proces, (vhodni signal), vhodna spre-menljivka, vzbujanje sistema

$Y(t)$ … transformirani NP, (izhodni signal), izhodna spre-menljivka, odziv sistema

$\boldsymbol{H}$ ….. simbolična oznaka za transformacijo oziroma vpliva sistema, (operator)

Linearna transformacija zveznega procesa

Odziv $Y(t)$ linearnega sistema je podan z linearno transformacijo vhoda $X(t)$:

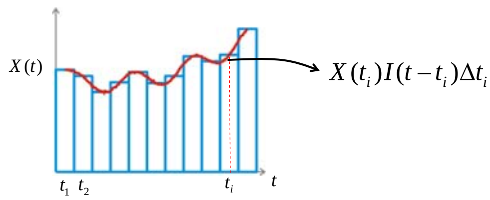
$$Y(t) = \boldsymbol{H}[X(t)] = \boldsymbol{H}\left[\int X(t')\delta(t-t')\,\mathrm{d}t'\right]$$

$$= \int X(t')\boldsymbol{H}\delta(t-t')\,\mathrm{d}t' = \int X(t')\,\mathrm{d}\,g(t,t')$$

$$= \int X(t')h(t,t')\,\mathrm{d}t'$$

kjer je:

$$\int X(t')\delta(t-t')\,\mathrm{d}t' = \lim_{\Delta t\to 0}\sum_i X(t_i)I(t-t_i)\Delta t_i = X(t)$$



$$\delta(t-t')\,\mathrm{d}t' = \lim_{\Delta t_i\to 0} I(t-t_i)\Delta t_i$$

in:

$$\boldsymbol{H}[\delta(t-t')\,\mathrm{d}t'] = \mathrm{d}\,g(t,t') = h(t,t')\,\mathrm{d}t'$$

pri tem se $h(t,t')$ imenuje težnostna ali impulzna odzivna funkcija sistema $\boldsymbol{H}$ in opisuje odziv sistema na vzbujanje z impulzno funkcijo δ.

Za linearne časovno neodvisne sistema je odziv sistema $Y(t)$ podan z:

$$Y(t) = \int X(t')h(t,t')\,\mathrm{d}t'$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} X(t')h(t-t')\,\mathrm{d}t'$$

kjer je:

$$\int_{-\infty}^{\infty} X(t')h(t-t')\,\mathrm{d}t'$$

konvolucijski integral.

Iz izpeljanih izrazov linearnih transformacij za momente odziva smo pokazali da:

1. Linearni časovno neodvisen sistem ***H*** pri transformaciji stacionarnega procesa $X(t)$ ohranja njegovo stacionarnost.
2. Za izračun momentov odziva $Y(t)$ v splošnem ne potrebujemo poznati funkcije porazdelitve povezane verjetnosti za spremenljivko Y.

Odziv sistema na harmonično vzbujanje $X(t) = \mathrm{e}^{i\omega t}$ je opredeljen z:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-t')h(t')\,\mathrm{d}t'$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{i\omega(t-t')}h(t')\,\mathrm{d}t' = \mathrm{e}^{i\omega(t)} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-i\omega t'}h(t')\,\mathrm{d}t'$$

$$= \mathrm{e}^{i\omega(t)}\, H(\omega)$$

kjer je:

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-i\omega t'}h(t')\,\mathrm{d}t'$$

frekvenčna odzivna funkcija sistema.

V splošnem lahko poljubno periodično funkcijo $x(t)$ z osnovno periodo $T_0 = 2\pi/\omega_0$ zapišemo s kompleksno Fourjerjevo vrsto :

$$\boxed{x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k\, \mathrm{e}^{i\omega_k t}}$$

kjer so:

α_k . . . kompleksni Fourjerjevi koeficienti.

Na osnovi izraza periodične funkcije $x(t)$ s pomočjo Fourjerjeve vrste:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k\, \mathrm{e}^{i\omega_k t}$$

ter upoštevanjem linearnosti sistema je odziv sistema na poljubno periodično funkcijo podan z:

$$\boxed{y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k\, \mathrm{e}^{i\omega_k t}\, H(\omega_k)}$$

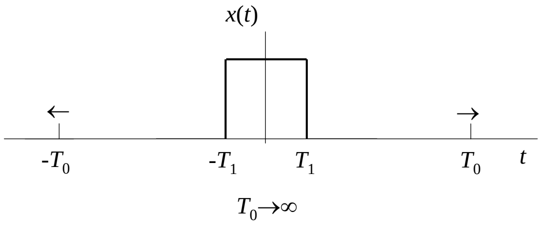
kjer je:

$$\boxed{H(\omega_k) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-i\omega_k t'}h(t')\,\mathrm{d}t'}$$

frekvenčna odzivna funkcija sistema za ω_k.

Predstavitev neperiodičnih funkcij $x(t)$ – Fourjerjeva Transformacija:

Neperiodično funkcijo $x(t)$ predstavimo kot periodično funkcijo $\tilde{x}(t)$, z neskončno periodo $T_0 \to \infty$:.



Enačbi :

$$\boxed{\begin{aligned} H(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\,\mathrm{e}^{-i\omega t}\,dt \\ x(t) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)\,\mathrm{e}^{i\omega t}\,d\omega \end{aligned}}$$

predstavljata *Fourjerjeva integrala* oziroma Fourjerjevo transformacijo in inverzno Fourjerjevo transformacijo .

8.4.3. Primeri uporabe in lastnosti Fourjerjeve transformacije

1.) Frekvenčna odzivna funkcija sistema:

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t')x(t-t')\,\mathrm{d}t'$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{i\omega(t-t')}h(t')\,\mathrm{d}t' = \mathrm{e}^{i\omega(t)}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{e}^{-i\omega t'}h(t')\,\mathrm{d}t'$$

$$=\mathrm{e}^{i\omega(t)}\,H(\omega)$$

kjer je : $\boxed{H(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t')\,\mathrm{e}^{-i\omega t'}\,\mathrm{d}t'}$

Fourjer-jeva transformacija impulzne odzivne funkcije.

2.) Linearnost Fourjeve transformacije

$$x_1(t)\to X_1(\omega)$$

$$x_2(t)\to X_2(\omega)$$

$$\boxed{a_1x_1(t)+a_2x_2(t)\to a_1X_1(\omega)+a_2X_2(\omega)}$$

3.) Transformacija zakasnjenega vhoda

$$x(t)\to X(\omega)$$

$$\boxed{x(t-t_0)\to \mathrm{e}^{-j\omega_0 t}\,X(\omega)}$$

s substitucijo $t-t_0=\sigma$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(t-t_0)\,\mathrm{e}^{-j\omega t}\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty} x(\sigma)\,\mathrm{e}^{-j\omega(\sigma+t_0)}\mathrm{d}\sigma=\mathrm{e}^{-j\omega_0 t}\,X(\omega)$$

4.) Zapis funkcije $\delta(t)$ v frekvenčnem prostoru:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,\mathrm{e}^{-i\omega t}\,dt=\mathrm{e}^{0}=1$$

$$\boxed{\delta(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\mathrm{e}^{i\omega t}\,d\omega}$$

5.) Opis transformacije vhoda $x(t)$ v linearnem sistemu:

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t')x(t-t')\,\mathrm{d}t'$$

$$Y(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\left[h(t')x(t-t')\,\mathrm{d}t'\right]\mathrm{e}^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t$$

$$Y(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t')\left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t-t')\,\mathrm{e}^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t\right]\mathrm{d}t'$$

$$Y(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} h(t')\,\mathrm{e}^{-i\omega t'}\,X(\omega)\,\mathrm{d}t'=H(\omega)X(\omega)$$

$$\boxed{Y(\omega)=H(\omega)X(\omega)}$$

8.4.4 Grafična predstavitev frekvenčne odzivne funkcije

$H(\omega)$ izrazimo v polarni obliki :

$$H(\omega)=|H(\omega)|\,\mathrm{e}^{i\varphi(\omega)}$$

kjer je amplituda:

$$|H(\omega)|=\sqrt{\left(\Re|H(\omega)|\right)^2+\left(\Im|H(\omega)|\right)^2}$$

In faza:

$$\varphi(\omega)=\arctan(\Im|H(\omega)|/\Re|H(\omega)|)$$

Grafa amplitude $|H(\omega)|$ in faze $\varphi(\omega)$ imnujemo Bodejev diagram.

Amplitudo običajno narišemo kot $20\log_{10}|H(\omega)|$, čemur ustrezajo enote decibeli (dB):

$$0\ \mathrm{dB} = |H(\omega)| = 1$$
$$20\ \mathrm{dB} = |H(\omega)| = 10$$

za frekvenčno os pa uporabimo logaritmsko razdelitev.

Primer: Bodejevega diagrama za sistem

$$m\ddot{y} + d\dot{y} + ky = x(t)$$

Za vzbujanje v obliki $x(t) = e^{i\omega t}$ je odziv podan z:

$$y(t) = e^{i\omega(t)}\, H(\omega)$$

Frekvenčna odzivna funkcija sistema:

$$H(\omega) = \frac{1}{k - m\omega^2 + id\omega}$$

Frekvenčna odzivna funkcija sistema

$$H(\omega) = \frac{1}{k - m\omega^2 + id\omega}$$

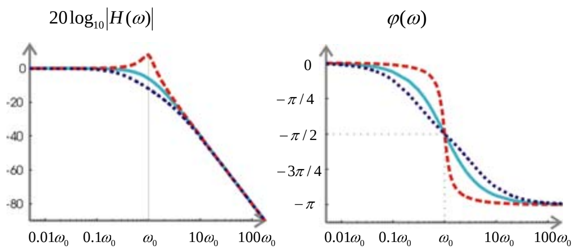
z upoštevanjem:

$$\zeta = d/\left(2\sqrt{km}\right) \quad \text{in} \quad \omega_0^2 = k/m$$

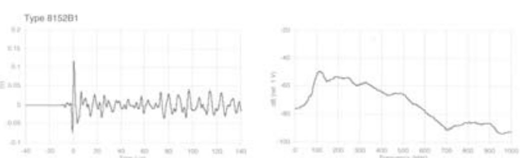
dobi obliko:

$$H(\omega) = \frac{1/m}{\omega_0^2 - \omega^2 + i2\zeta\omega_0\omega}$$

Bodejev diagram za različne koeficiente dušenja:



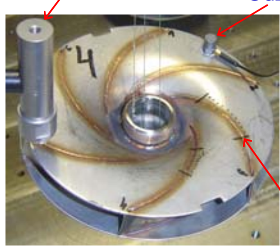
Primer uporaba frekvenčne odzivne funkcije kot karakteristike senzorja.



Primer praktične uporabe frekvenčne odzivne funkcije za zaznavanje napake na zvaru rotorja

Vzbujanje: impulz sile

Odziv: pospešek plošče



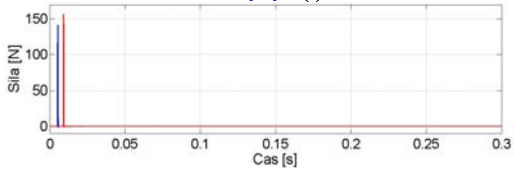
Reža v zvaru

Zgornja stran rotorja

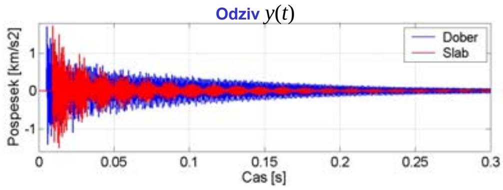
Spodnja stran rotorja

Vzbujevalna sila in odziv:

Vzbujanje $x(t)$

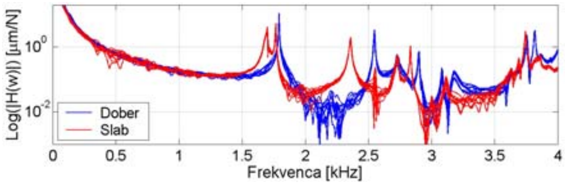


Odziv $y(t)$

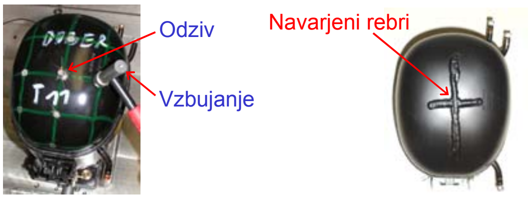


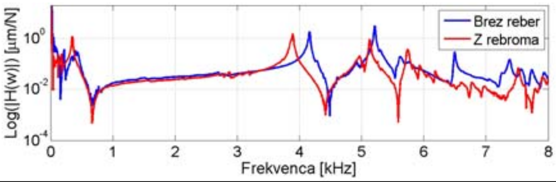
Frekvenčna odzivna funkcija:

$$H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{FT(\textbf{\textit{Odziv}})}{FT(\textbf{\textit{Vzbujanje}})}$$



Uporaba frekvenčne odzivne funkcije za analizo lastnosti ohišja kompresorja





8.5 Spektralna gostota

Statistični momenti naključnih procesov ter njihova linearna transformacija v frekvenčnem prostoru.

$\{x(t)\}$ . . . vhodni naključni proces

$\{y(t)\}$ . . . izhodni naključni proces

1) Povprečna vrednost:

$$\mathrm{E}[y(t)] = \mathrm{E}\left[\int_{-\infty}^{\infty} x(t')h(t,t')\,\mathrm{d}t'\right]$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{E}[X(t')]\,h(t,t')\,\mathrm{d}t'$$

za linearne časovno neodvisne sisteme:

$$m_y = m_x \int_{-\infty}^{\infty} h(t-t')\,\mathrm{d}t' = m_x \int_{-\infty}^{\infty} h(z)\,\mathrm{e}^{-i0z}\,dz$$
$$= m_x H(0)$$

kjer je $H(0)$ odziv sistema na konstantno vzbujanje $\omega_0 = 0$

2) Korelacijska funkcija:

za linearne časovno neodvisne sisteme je:

$$R_{YY}(t_1,t_2) = \iint R_{XX}(t_1'-t_2')h(t_1-t_1')h(t_2-t_2')\,\mathrm{d}t_1'\,\mathrm{d}t_2'$$

Z vpeljavo $z_1=t_1-t_1'$, $z_2=t_2-t_2'$ in $t= t_1- t_2$ dobimo:

$$R_{YY}(t) = \iint R_{XX}(t-z_1+z_2)h(z_1)h(z_2)\,\mathrm{d}z_1\,\mathrm{d}z_2$$

$$R_{YY}(t) = \iint R_{XX}(t - z_1 + z_2) h(z_1) h(z_2)\, \mathrm{d} z_1 \, \mathrm{d} z_2$$
$$= \iint R_{XX}(t - z_1 + z_2)$$
$$\int H(\omega_1) \mathrm{e}^{i\omega_1 z_1} \frac{d\omega_1}{2\pi} \int H(\omega_2) \mathrm{e}^{i\omega_2 z_2} \frac{d\omega_2}{2\pi} \mathrm{d} z_1 \, \mathrm{d} z_2$$

Integral po času z ima obliko:

$$\mathrm{I} = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint R_{XX}(t - z_1 + z_2) \mathrm{e}^{i\omega_1 z_1 + i\omega_2 z_2} \mathrm{d} z_1 \, \mathrm{d} z_2$$

S substitucijo $t' = t - z_1 + z_2$ iz kateri izrazimo z_2, I razpade na produkt integralov.

$$\mathrm{I} = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint R_{XX}(t') \mathrm{e}^{i\omega_1 z_1 + i\omega_2 (t' - t + z_1)} \mathrm{d} z_1 \, \mathrm{d} t'$$
$$= \frac{\mathrm{e}^{-i\omega_2 t}}{(2\pi)^2} \int \mathrm{e}^{i(\omega_1 + \omega_2) z_1} \, \mathrm{d} z_1 \int R_{XX}(t') \mathrm{e}^{i\omega_2 t'} \mathrm{d} t'$$
$$= \frac{\mathrm{e}^{-i\omega_2 t}}{2\pi} \delta(\omega_1 + \omega_2) \, S_{xx}(\omega_2)$$

Pri tem je:

$$S_{XX}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{XX}(t) \mathrm{e}^{i\omega t} \mathrm{d} t$$

$$\boxed{S_{XX}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{XX}(t) \mathrm{e}^{i\omega t} \mathrm{d} t}$$

imenujemo spektralna gostota procesa $\{x(t)\}$.

S tem dobi izraz za korelacijo obliko:

$$R_{YY}(t) =$$
$$\iint H(\omega_1) H(\omega_2) \frac{\mathrm{e}^{-i\omega_2 t}}{2\pi} \delta(\omega_1 + \omega_2) S_{XX}(\omega_2) d\omega_1 d\omega_2$$

ki ga integriramo po ω_1:

in dobimo:

$$R_{YY}(t) = \frac{1}{2\pi} \int H(-\omega) H(\omega) \mathrm{e}^{i\omega t} \, S_{XX}(\omega) d\omega$$

Zaradi realne procese je $H(-\omega) = H^*(\omega)$, zato sledi:

$$R_{YY}(t) = \frac{1}{2\pi} \int |H(\omega)|^2 \, \mathrm{e}^{i\omega t} \, S_{XX}(\omega) d\omega$$
$$= \frac{1}{2\pi} \int S_{YY}(\omega) \mathrm{e}^{i\omega t} \, d\omega$$

kjer je :

$$\boxed{S_{YY}(t) = |H(\omega)|^2 S_{XX}(\omega)}$$

spektralna gostota izhodnega procesa $\{y(t)\}$

$\Rightarrow$

Če poznamo močnostni spekter vhoda in izhoda lahko absolutno vrednost frekvenčne prenosne funkcije določimo iz njunega razmerja.

Fizikalni pomen spektralne gostote:

$$S_{XX}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{XX}(t) \mathrm{e}^{-i\omega t} \mathrm{d} t$$

Z inverzno transformacijo dobimo:

$$R_{XX}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(\omega) \mathrm{e}^{i\omega t} \mathrm{d}\,\omega$$

Za $t = 0$ je avtokorelacijska funkcija enaka drugemu momentu procesa $\{x(t)\}$, ki predstavlja moč signala $\{x(t)\}$

Kar zapišemo:

$$\mathrm{E}\left[x^2(t)\right] = R_{XX}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{XX}(\omega)\frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} = M$$

Pri tem pripišemo komponenti s frekvenco v območju:

$\mathrm{d}f = \mathrm{d}\omega/2\pi$ okoli frekvence $f = \omega/2\pi$ moč:

$$\mathrm{d}M = S_{XX}(2\pi f)\,\mathrm{d}f$$

$\Rightarrow$

S_{XX} popisuje gostoto moči $\mathrm{d}M/\mathrm{d}f$, ki jo komponente s frekvenco f v intervalu širine $\mathrm{d}f$ prispevajo k celotni moči M signala $x(t)$.

Nekatere splošne lastnosti spektralne gostote:

Soda:

$$S_{XX}(\omega) = S_{XX}(-\omega)$$

Realna:

$$S_{XX}(\omega) = S^*_{XX}(\omega)$$

Pozitivna:

$$S_{XX}(\omega) \geq 0$$

Primer: $S_{XX}(\omega)$ za $\{x(t)\}$ nekoreliran in stacionaren

za $t > 0$:

$$R_{XX}(t) = 0$$

za $t = 0$:

$$R_{XX}(0) = \mathrm{E}\left[x^2(t)\right] = M \neq 0$$

$$\Rightarrow R_{XX}(t) = \mathrm{konst}\,\delta(t)$$

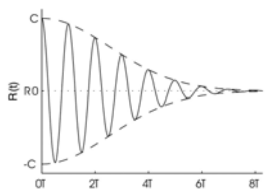
$$S_{XX}(\omega) = \int R_{XX}(t)\,\mathrm{e}^{i\omega t}dt$$

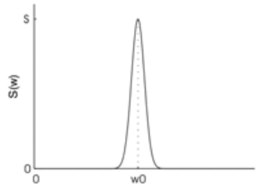
$$= konst.\int \delta(t)\,\mathrm{e}^{i\omega t}dt = konst. = S_0$$

Primeri $R_{YY}(t)$ in $S_{YY}(\omega)$ in pripadajoči grafi:

$$R_{YY}(t) = \frac{S_0\,\mathrm{e}^{-t^2/4c}}{\sqrt{\pi c}}\cos(\omega_0 t)$$

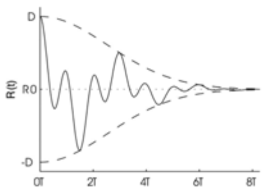
$$S_{YY}(\omega) = S_0(\mathrm{e}^{-c(\omega-\omega_0)^2} + \mathrm{e}^{-c(\omega-\omega_0)^2})$$

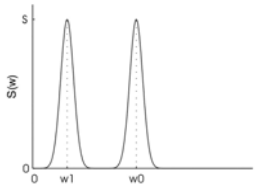




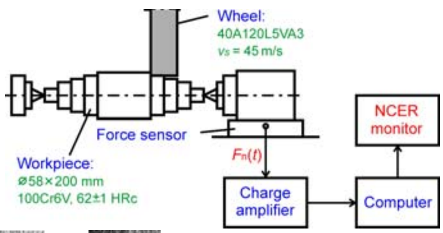
$$R_{YY}(t) = \frac{S_0\,\mathrm{e}^{-t^2/4c}}{\sqrt{\pi c}}(\cos(\omega_0 t) + \cos(\omega_0 t/3))$$

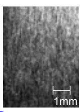
$$S_{YY}(\omega) = S_0(\mathrm{e}^{-c(\omega-\omega_0)} + \mathrm{e}^{-c(\omega-\omega_0)^2}) +_0 (\mathrm{e}^{-c(\omega-\omega_0/3)} + \mathrm{e}^{-c(\omega-\omega_0/3)^2})$$



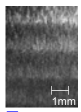


Praktični primer I uporabe spektralne gostote





Brez s.v.v



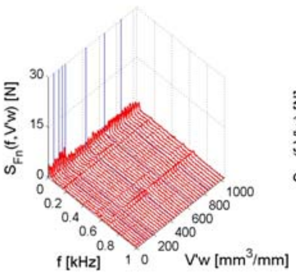
Z s.v.v.

University of Ljubljana, LASIN

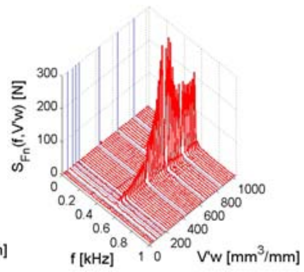
RWTH Aachen, WZL

Primeri spektralne gostote Fn

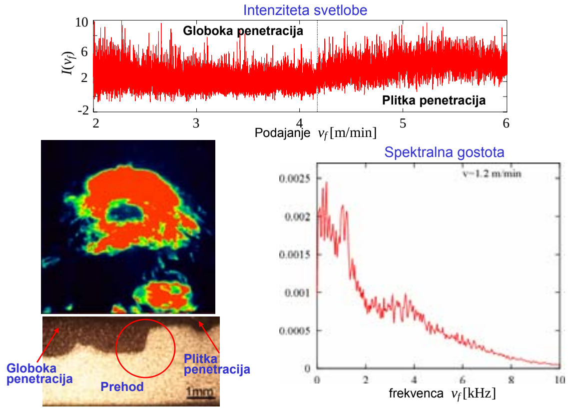
Brez s.v.nihanj



Z s.v. nihanji



Praktični primer II uporabe spektralne gostote



8.6 Križna spektralna gostota

Križna korelacijska funkcija:

$$R_{XY}(t_1,t_2)=\mathrm{E}[x(t_1),y(t_2)]=\mathrm{E}\left[\int x(t_1)x(t_2')h(t,t_2')\,\mathrm{d}t_2'\right]$$

$$=\int R_{XX}(t_1,t_2')h(t,t_2')\,\mathrm{d}t_2'$$

Za stacionarni proces $t = t_2 - t_1$

$$R_{XY}(t)=\int R_{XX}(t-t')h(t')\,\mathrm{d}t'$$

podaja medsebojno časovno povezavo med vhodnim in izhodnim naključnim procesom.

Križna spektralna gostota je opredeljena z:

$$\boxed{S_{XY}(\omega)=\int R_{XY}(t)\,\mathrm{e}^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t}$$

in podaja odvisnost med vhodom in izhodom v frekvenčnem prostoru.

Z upoštevanjem izraza za križno korelacijo sledi:

$$S_{XY}(\omega)=\int\int R_{XX}(t-t')h(t')\,\mathrm{e}^{-i\omega t}\,\mathrm{d}t'\,\mathrm{d}t$$

Z zamenjavao t-t'=z

$$S_{XY}(\omega)=\int\int R_{XX}(z)h(t')\,\mathrm{e}^{-i\omega z-i\omega t'}\,\mathrm{d}t'\,\mathrm{d}z$$

$$\boxed{S_{XY}(\omega)=H(\omega)S_{XX}(\omega)}$$

Če vzbujamo sistem z belim šumom za katerega velja:

$$S_{XX}(\omega)=S_0$$

dobimo:

$$S_{XY}(\omega)=H(\omega)S_0$$

$\Rightarrow$

$H(\omega)$ lahko določimo tako, da izmerimo $S_{XY}(\omega)$ vhodnega belega šuma. V tem primeru je križno korelacijska funkcija:

$$R_{XY}(t)=\int R_{XX}(t-t')h(t')\,\mathrm{d}t'$$

$$=\int S_0\delta(t-t')h(t')\,\mathrm{d}t'=S_0h(t)$$

8.7 Koherenčna funkcija

Za analizo vpliva v kolikšni meri je izhodni signal posledica vhodnega signala merimo s koherenčno funkcijo:

$$\gamma^2{}_{XY}(\omega) = \frac{|S_{XY}(\omega)|^2}{S_{XX}(\omega)S_{YY}(\omega)}$$

Kadar sta X in Y linearno odvisna je:

$$\gamma^2{}_{XY}(\omega) = \frac{|H(\omega)S_{XX}(\omega)|^2}{S_{XX}(\omega)|H(\omega)|^2 S_{XX}(\omega)} = 1$$

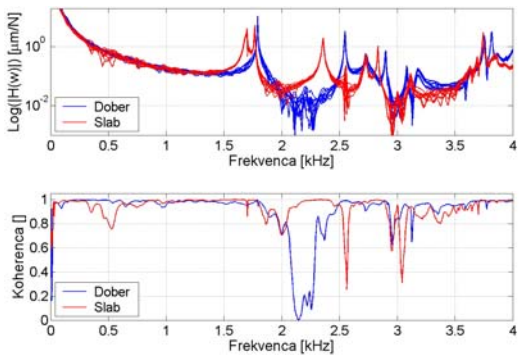
Za nekorelirana signala je $R_{XY}(t) = 0$ in posledično $S_{XY}(\omega)$=0 ter zato:

$$\gamma^2{}_{XY}(\omega) = \frac{|S_{XY}(\omega)|^2}{S_{XX}(\omega)S_{YY}(\omega)} = 0$$

Vrednosti med 0 in 1 so lahko posledica naslednjih vzrokov:

- Zveza med X in Y ni linearna
- V meritvah X in Y je prisoten šum
- Na izhod Y poleg vhoda X vplivajo tudi drugi signali

Primer: koherenčna funkcije pri določanju frekvenčne odzivne funkcije za zaznavanje napake na zvaru rotorja.



Teme seminarskih, diplomskih in Prešernovih nalog

1. **Analiza vpliva laserskega bliska na ločitev lasersko tvorjene kapljice.**
2. **Merjenje temperature lasersko tvorjene kapljice.**
3. **Karakterizacija procesa laserskega tvorjenja kapljice s pomočjo akustične emisije.**
4. **Vpliv elementov senzorja odbite laserske svetlobe na izhodni signal senzorja.**
5. **Karakterizacije kvalitete laserskega zvara s pomočjo odbite laserske svetlobe.**
6. **Avtomatsko zaznavanje poškodb orodja pri izdelovanju industrijskih odpreškov**.

7. **Eksperimentalne in teoretične raziskave stabilnosti vrtanja.**
8. **Merjenje prenosne funkcije orodja med rezanjem.**
9. **Vpliv neuravnoteženja in neenakomerne obrabe orodja na stabilnost frezanja**.
9. **Zvočna prenosna funkcija ohišja kompresorja za gospodinjske aparate.**
10. **Geometrijska kompenzacija temperaturnih razlik bloka kompresorja**.
11. **Adaptivno napovedovanje porabe energentov.**
12. **Ocenjevanje rizika pri napovedovanju porabe energentov.**

Primer: Določitev impulzne odzivne funkcije $h(t)$ sistema

$$\dot{y} + ay = x(t)$$

Najprej določimo frekvenčno odzivno funkcijo $H(\omega)$ za harmonski vhod $x(t)$ = $e^{i\omega t}$. Z upoštevanjem da je:

$$y(t) = H(\omega)\, e^{i\omega t}$$

sledi:

$$H(\omega)(i\omega + a) = 1$$

$$H(\omega) = \frac{1}{i\omega + a}$$

impulzno odzivno funkcijo $h(t)$ določimo z

1. z inverzno transformacijo :

$$h(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)\,\mathrm{e}^{i\omega t}\, d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathrm{e}^{i\omega t}\, d\omega}{i\omega + a}$$

2. direktno z integriranjem sistem ob vzbujanju z $\delta(t)$:

za $t < 0$ je $\delta(t) = 0$

Z integriranjem enačbe:

$$\dot{y} + ay = x(t) = \delta(t)$$

Po ozkem intervalu Δt okoli 0 dobimo:

$$\Delta y + \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} ay\,\mathrm{d}t = \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} \delta(t)\,\mathrm{d}t = 1$$

Za $\Delta t \to 0$:

$$\int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} ay\,\mathrm{d}t \to 0$$

$$\Rightarrow \Delta y = 1 \qquad za \quad t = 0$$

Za $t > 0$:

$$\dot{y} + ay = x(t) = 0$$

Ki ima rešitev:

$$y(t) = Ce^{-\alpha t}$$

Za začetni pogoj $y(0)=1$, je $C=1$

$$\Rightarrow h(t) = y(t) = \begin{cases} 0 & za \quad t < 0 \\ \mathrm{e}^{-at} & za \quad t > 0 \end{cases}$$