Formule za 3. vajo pri predmetu Naključni pojavi

Za naključno spremenljivko X, enakomerno porazdeljeno na intervalu $[a, b]$, sta gostota verjetnosti $f(x)$ in porazdelitvena funkcija $F(x)$:

$$f(x) = \frac{1}{b-a}\,, \qquad F(x) = \int_a^x f(u)\,\mathrm{d}u = \frac{x-a}{b-a}\,, \qquad \text{za } a \le x \le b\,. \tag{1}$$

Za eksponentno porazdeljeno naključno spremenljivko X s povprečjem $1/\lambda$ sta gostota verjetnosti in porazdelitvena funkcija:

$$f(x) = \lambda\,\mathrm{e}^{-\lambda x}\,, \qquad F(x) = \int_0^x f(u)\,\mathrm{d}u = 1 - \mathrm{e}^{-\lambda x}\,, \qquad \text{za } x \ge 0\,. \tag{2}$$

$\lambda > 0$ je parameter porazdelitve.
Za normalno (Gaussovo) porazdeljeno naključno spremenljivko X s povprečjem $m \in \mathbb{R}$ in standardno deviacijo $\sigma \in \mathbb{R}$, $\sigma \neq 0$, sta gostota verjetnosti in porazdelitvena funkcija:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\,\mathrm{e}^{-\dfrac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}\,, \qquad F(x) = \int_{-\infty}^x f(u)\,\mathrm{d}u = 0.5 + \Phi\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)\,, \qquad \text{za } x \in \mathbb{R}\,. \tag{3}$$

m in σ sta parametra porazdelitve. $\Phi()$ označuje Laplaceovo funkcijo:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^z \mathrm{e}^{-\dfrac{u^2}{2}}\,\mathrm{d}u\,, \tag{4}$$

katere vrednosti so za različne z tabelirane v tabeli A.1 v skriptah *Opis naključnih pojavov.* Za $\Phi()$ med drugim velja:

$$\Phi(\infty) = 0.5 \qquad \text{in} \qquad \Phi(-z) = -\Phi(z)\,. \tag{5}$$

Gostoto verjetnosti normalno porazdeljene spremenljivke X običajno krajše zapišemo kot $\mathcal{N}(x; m, \sigma)$. Pri izračunu verjetnosti za normalno porazdeljeno spremenljivko X z gostoto verjetnosti $\mathcal{N}(x; m, \sigma)$ običajno uvedemo novo spremenljivko Z:

$$Z = \frac{X - m}{\sigma}\,, \tag{6}$$

ki je standardno normalno porazdeljena z gostoto verjetnosti $\mathcal{N}(z; 0, 1)$ in zanjo izračunamo verjetnosti z uporabo tabele A.1. Opisano uvedbo nove spremenljivke imenujemo standardizacija normalne porazdelitve.
Kadar je pri binomski verjetnostni porazdelitvi število poskusov zelo veliko, verjetnost ugodnega izida pa $p \approx 0.5$, lahko binomsko porazdelitev aproksimiramo z normalno, pri čemer sta:

$$m = np \qquad \text{in} \qquad \sigma = \sqrt{np(1-p)}\,. \tag{7}$$

Vsota (razlika) dveh neodvisnih normalno porazdeljenih naključnih spremenljivk X_1 in X_2 z gostotama $\mathcal{N}(x_1; m_1, \sigma_1)$ in $\mathcal{N}(x_2; m_2, \sigma_2)$ je naključna spremenljivka Y, ki je prav tako normalno porazdeljena, in sicer z gostoto verjetnosti $\mathcal{N}(y; m_1 \pm m_2, \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2})$.