

NALOGE ZA 9. VAJO SKUPINE A PRI PREDMETU NAKLJUČNI POJAVI

1. Naj $X(t) = a \sin(\omega t + \Phi)$ opisuje sinusni proces z naključno fazo, ki je enakomerno porazdeljena na intervalu $[0, 2\pi)$. Določi povprečje in avtokorelacijsko funkcijo procesa. Ali je proces stacionaren? R: $E[X] = 0$, $R_{XX}(t_1, t_2) = a^2/2 \cos(\omega(t_1 - t_2))$. Da.

2. Pri opazovanju procesov $X(t)$, $Y(t)$ in $Z(t)$ smo izmerili naslednje vzorčne funkcije:

$$\begin{aligned} x(t) &= \{-9, -4, 9, -7, -6, 8, -7, -2, 10\} , \\ y(t) &= \{-4, -1, 8, 3, -2, -6, 2, -9, 1\} , \\ z(t) &= \{0, 9, -8, -3, 10, -6, -5, 9, -2\} . \end{aligned}$$

Izračunaj avtokorelacijske funkcije $R_{XX}(t)$, $R_{YY}(t)$, $R_{ZZ}(t)$ ter križnokorelacijski funkciji $R_{XY}(t)$ in $R_{YZ}(t)$, vse za $t = 0, 1, \dots, 5$. Vzorčne in korelacijske funkcije nariši ter slednje tudi komentiraj.

R: $R_{XX}(t) = \{53.3, -16.4, -29.6, 50.0, -17.4, -33.0\}$, $R_{YY}(t) = \{24.0, -1.6, -2.4, -6.7, 0.2, -11.8\}$,
 $R_{ZZ}(t) = \{44.4, -21.4, -26.1, 42.5, -12.2, -27.8\}$, $R_{XY}(t) = \{11.0, 15.6, -24.6, -0.2, 19.8, -15.8\}$,
 $R_{YZ}(t) = \{-18.3, 7.0, 7.0, -11.2, -8.6, 23.8\}$.

3. S Fourierovo vrsto zapiši funkcijo

$$x(t) = \begin{cases} 0, & -T/2 < t < 0, \\ ct, & 0 < t < T/2. \end{cases}$$

Nariši vsoto prvih nekaj členov vrste za $T = 2\pi$.

R: $x(t) = cT/8 + cT/\pi \sum_{k=1}^{\infty} -1/(\pi(2k-1)^2) \cos(2\pi(2k-1)t/T) + (-1)^{2k-1}/(2k) \sin(2\pi kt/T)$.

4. Sistem, katerega dinamska enačba je $a\dot{y} + y = x$, vzbujamo z belim šumom moči S_0 . Določi frekvenčno in impulzno odzivno funkcijo sistema, avtokorelacijski funkciji vzbujanja in odziva ter križnokorelacijsko funkcijo vzbujanja in odziva.

R: $H(\omega) = 1/(1 + i a \omega)$, $h(t) = 1/a e^{-t/a}$, $R_{XX}(t) = S_0 \delta(t)$, $R_{YY}(t) = S_0/(2a) e^{-|t|/a}$, $R_{XY}(t) = S_0/a e^{-t/a}$.

5. Določi odziv sistema iz naloge 4 na vzbujanje z $x(t) = b \cos \omega_0 t$. R: $y(t) = b/(1 + a^2 \omega_0^2) (\cos \omega_0 t + a \omega_0 \sin \omega_0 t)$.