

NALOGE ZA 9. VAJO SKUPINE B PRI PREDMETU NAKLJUČNI POJAVI

1. Naj  $X(t) = a \sin(\Omega t + \phi)$  opisuje sinusni proces z naključno krožno frekvenco, ki je enakomerno porazdeljena na intervalu  $[\omega_1, \omega_2]$ . Določi povprečje in avtokorelacijsko funkcijo procesa. Ali je proces stacionaren?

R:  $E[X] = (a/t)(\cos(\omega_1 t \phi) - \cos(\omega_2 t + \phi))$ ,

$R_{XX}(t_1, t_2) = a^2/2((\sin(\omega_2(t_1 - t_2)) - \sin(\omega_1(t_1 - t_2)))/(t_1 - t_2) - (\sin(\omega_2(t_1 + t_2) + 2\phi) - \sin(\omega_1(t_1 + t_2) + 2\phi))/(t_1 + t_2))$ .

Ne.

2. Pri opazovanju procesov  $X(t)$ ,  $Y(t)$  in  $Z(t)$  smo izmerili naslednje vzorčne funkcije:

$$\begin{aligned} x(t) &= \{0, 9, -8, -3, 10, -6, -5, 9, -2\}, \\ y(t) &= \{-9, -4, 9, -7, -6, 8, -7, -2, 10\}, \\ z(t) &= \{-4, -1, 8, 3, -2, -6, 2, -9, 1\}. \end{aligned}$$

Izračunaj avtokorelacijske funkcije  $R_{XX}(t)$ ,  $R_{YY}(t)$ ,  $R_{ZZ}(t)$  ter križnokorelacijski funkciji  $R_{XY}(t)$  in  $R_{YZ}(t)$ , vse za  $t = 0, 1, \dots, 5$ . Vzorčne in korelacijske funkcije nariši ter slednje tudi komentiraj.

R:  $R_{XX}(t) = \{44.4, -21.4, -26.1, 42.5, -12.2, -27.8\}$ ,  $R_{YY}(t) = \{53.3, -16.4, -29.6, 50.0, -17.4, -33.0\}$ ,

$R_{ZZ}(t) = \{24.0, -1.6, -2.4, -6.7, 0.2, -11.8\}$ ,  $R_{XY}(t) = \{-22.0, 47.1, -21.0, -29.5, 46.8, -19.3\}$ ,

$R_{YZ}(t) = \{11.0, 15.6, -24.6, -0.2, 19.8, -15.8\}$ .

3. S Fourierovo vrsto zapiši funkcijo

$$x(t) = \begin{cases} -c, & -T/2 < t < -T/4, \\ c, & -T/4 < t < T/4, \\ -c, & T/4 < t < T/2. \end{cases}$$

Nariši vsoto prvih nekaj členov vrste za  $T = 2\pi$ . R:  $x(t) = 4c/\pi \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k-1} / (2k-1) \cos(2\pi(2k-1)t/T)$

4. Sistem, katerega dinamska enačba je  $\dot{y} + ay = x$ , vzbujaemo z belim šumom moči  $S_0$ . Določi frekvenčno in impulzno odzivno funkcijo sistema, spektralni gostoti vzbujanja in odziva ter povprečno moč odziva.

R:  $H(\omega) = 1/(a + i\omega)$ ,  $h(t) = e^{-at}$ ,  $S_{YY}(\omega)S_0/(a^2 + \omega^2)$ ,  $P = S_0/(2a)$ .

5. Za sistem z dinamsko enačbo  $\dot{y} + ay = \dot{x}$  določi odziv na vzbujanje z  $x(t) = b \cos \omega_0 t$ .

R:  $y(t) = b\omega_0/(a^2 + \omega_0^2)(\omega_0 \cos \omega_0 t + a \sin \omega_0 t)$