

LAPLACEOVA TRANSFORMACIJA

Kaj je?

Je linearna transformacija, ki nam pretvori posamezne člene diferencialne enačbe v algebraično enačbo z drugo spremenljivko.

Zakaj in kako se uporablja?

Uporablja se, ker močno poenostavi reševanje diferencialnih enačb. Z pretvorbo členov diferencialne enačbe dobimo algebraično enačbo (racionalno funkcijo z novo spremenljivko s namesto t), ki jo z metodo ekspanzije na parcialne ulomke pretvorimo na bolj ugodno obliko potem pa poiščemo rešitve prvotne dif. enačbe s pomočjo inverzne laplaceove transformacije, ki pretvori frekvenčni prostor nazaj v časovni. Tako dobimo rešitev. Za transformacijo in inverzno transformacijo si lahko pomagamo z pripravljenimi tabelami.

Definicija:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt$$

s...symbol laplaceove transformacije ($s = j\omega$)

ω ...frekvenca

Kadar so začetni pogoji dif. enačbe enaki nič oz. je partikularni del nič lahko tudi zapišemo $D = j\omega = s$

D...operator deljenja

Inverzna transformacija:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\omega}^{a+j\omega} F(s)e^{st} ds =$$

$$\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$$

Lastnosti:

1.) $\mathcal{L}\{kf(t)\} = kF(s); \quad k=\text{konst.}$

2.) $\mathcal{L}\{f^{(n)}(t)\} = s^n F(s) - f(+0)s^{n-1} - \dot{f}(+0)s - \dots - f^{(n-2)}(+0)s - f^{(n-1)}(+0)$

....transformacija odvodov

Izraz $f(+0)$ pomeni vrednost funkcije pri pogoju nič. Podobno velja z odvodi.

3.) $\mathcal{L}\{f^{-1}(t)\} = \frac{F(s)}{s} + \frac{f^{-1}(+0)}{s}$ transformacija inverzne funkcije

- 4.) $\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$ transformacija integrala
- 5.) $\mathcal{L}[f(t-a)] = e^{-as} F(s)$ a je realno število
- 6.) $\mathcal{L}[e^{at} f(t)] = F(s-a)$ a je poljubno kompleksno število
- 7.) $\mathcal{L}\left[\int_0^t f_1(t-\tau) f_2(\tau) d\tau\right] = f_1(s) f_2(s)$
- 8.) $\mathcal{L}[f_1(t) f_2(t)] = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} f_1(s-\omega) f_2(\omega) d\omega$ a je realno število
- 9.) Stavček o začetni vrednosti
 $\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(s) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t)$
- 10.) Stavček o končni vrednosti
 $\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s) = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$

Logično saj je $s = j\omega = \frac{j2\pi}{t}$

Preprost primer transformacije:

$$\mathcal{L}[1(t)] = \int_0^{\infty} 1(t) e^{-st} dt = \int_0^{\infty} 1 \cdot e^{-st} dt = -\frac{1}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{s}$$

Eden od rešenih primerov iz table.

Kaj je kibernetika?

- Veda o upravljanju z zapletenimi dinamičnimi sistemi.

- Veda o zbiranju, preoblikovanju, posredovanju in shranjevanju informacij.

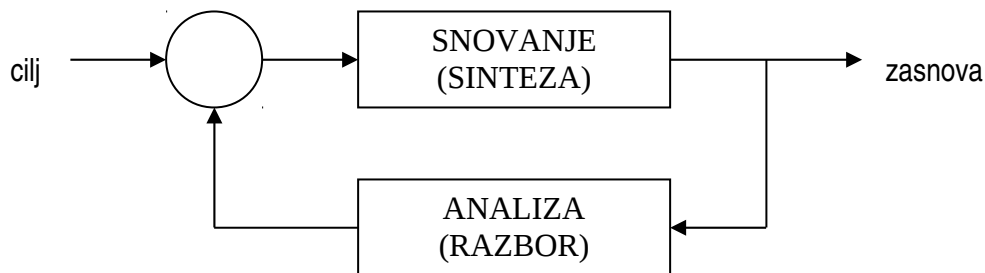
Sistem - sestav (sestavljajo ga gradniki)

Dinamičen - poljubnemu gibanju veličin podvržen sistem

Informacija – sporočilo (izvor in ponor-prejemnik informacije morata biti dogovorjena o tolmačenju signala)

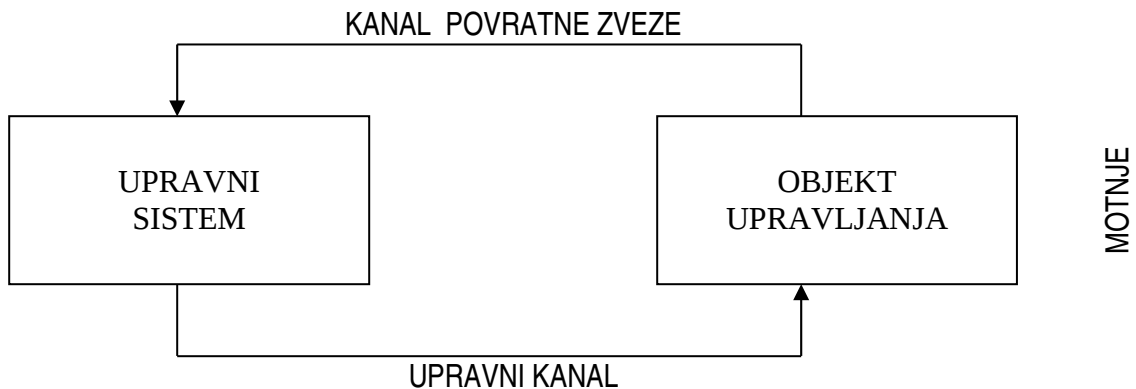
Kaj so naloge kibernetike?

- SNOVANJE (SINTEZA) KIB. SISTEMA → STABILNOST
- RAZBOR (ANALIZA) KIB. SISTEMA → KIB. SISTEMA

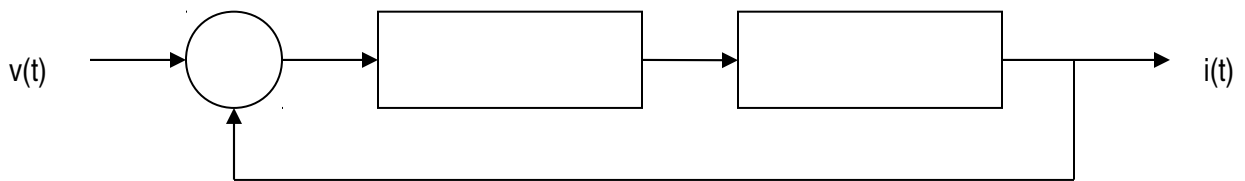


Zgradba kibernetičnega sistema in pomen povratne zveze.

Povratna zveza nam pove kaj se dogaja z objektom pod vplivom motenj, oz. kakšno je dejansko stanje objekta glede na to kar mu narekuje upravni kanal.



Kakšna je razlika med krmiljenjem in upravljanjem?



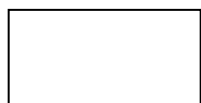
Pri KRMILJENJU $v(t)$ poznamo (je nastavljen). Pri UPRAVLJANJE pa $v(t)$ še oblikujemo.

Poznamo dva tipa krmiljenja: **-brez povratne zveze (KRMILJENJE)**
 -s povratno zvezo (REGULACIJA)

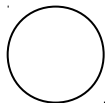
Blokovna shema krmilnega sistema

Dve bistveni lastnosti blokovne sheme sta:

- blokovna shema zanemari vse tehniške podrobnosti
- Signali so usmerjeni



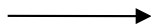
gradnik



sumacijska točka



kanal



smer gibanja informacije



smer spremembe signala (sumacije)

Kaj je krmilnik?***

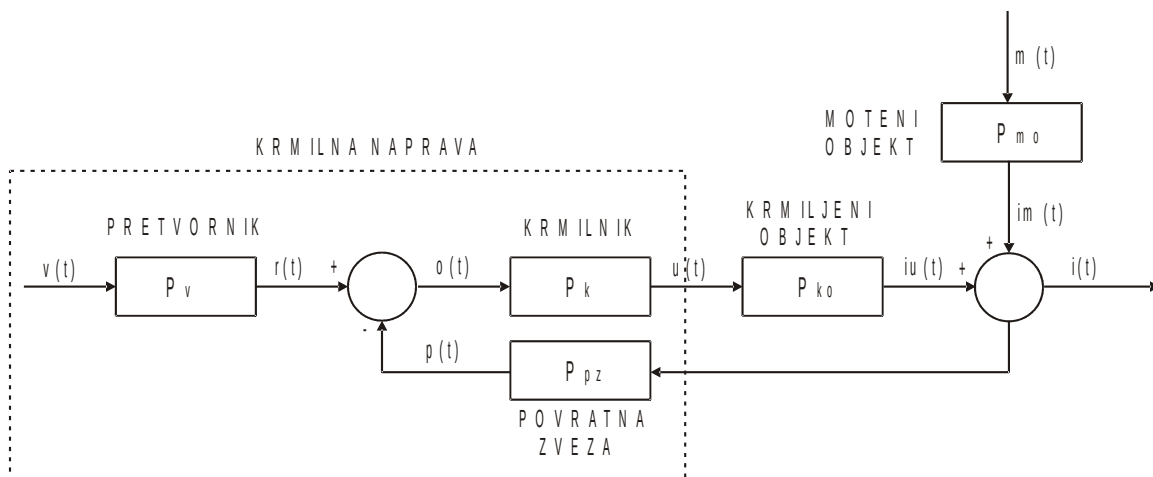
Kot krmilnik lahko karakteriziramo cel sistem razen krmiljenega in motenega objekta.

pojmi ki jih povezujemo z krmilniki:

klasični, optimalni, logično mehki, adaptivni, prestrojiljivi

Kaj je krmilna naprava?***

Kot krmilno napravo lahko karakteriziramo vse razen krmiljenega oz motenega objekta.



- $u(t)$ – upravna veličina
- $r(t)$ – referenčna veličina
- $o(t)$ – odstop
- $u(t)$ – upravna veličina
- $m(t)$ – motilna veličina
- $i(t)$ – izhodna veličina
- $p(t)$ – povratna veličina
- $iu(t)$ – izhodna veličina kot posledica nastavljene upravne veličine
- $im(t)$ – izhodna veličina kot posledica motilne veličine

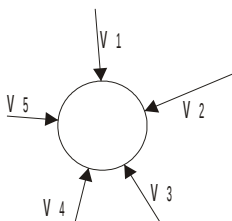
Krmiljeni in moteni objekt sta fizično en in isti objekt, ki ga predstavimo kot dva različnim vplivom podvržena objekta.

Kako deljimo krmilne sisteme?

- **Linearni/nelinearni**

Kriterij linearnosti je PRINCIP SUPERPOZICIJE oziroma NAČELO NALAGANJA.

Če na linearen sistem deluje skupek vplivov lahko njihov skupen vpliv zapišemo kot sumo posameznih vplivov.

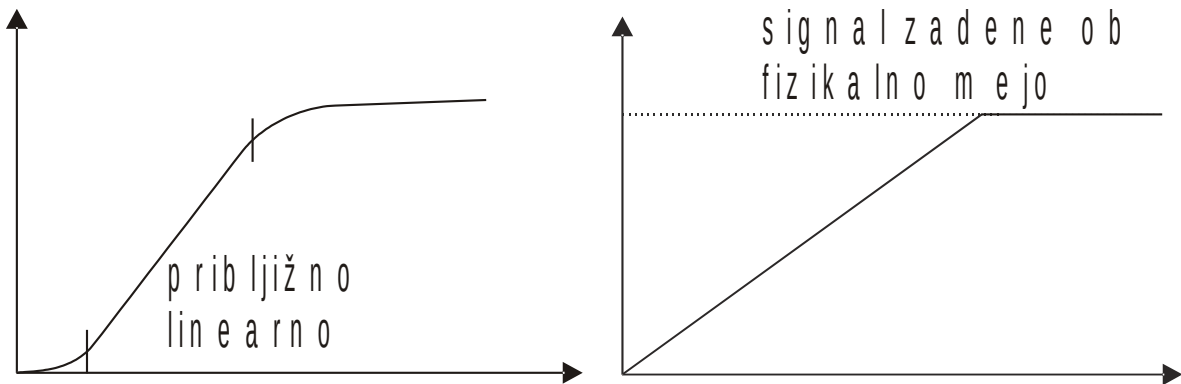


$$g = f(v_1, v_2, \dots, v_n) = f(v_1) + f(v_2) + \dots + f(v_n)$$

Pri nelinearnih sistemih pride do kombinacije vplivov.

$$g = f(v_1, v_2, \dots, v_n) = f(v_1) + f(v_2) + \dots + f(v_n) + f(v_1, v_2) + \dots$$

Linearnih sistemov v naravi ni (so le matematični model)!
 Nelinearne aproksimiramo z linearnimi (goljufamo).

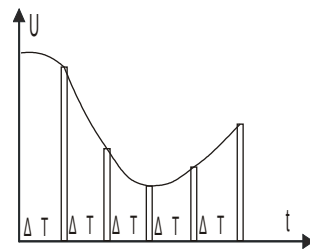


- **Zvezni/diskretni**

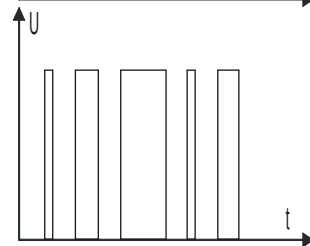
Zvezni (ANALOGNI) signali so v sistemu (zanki) stalno prisotni. Za njih lahko v vsaki točki izračunamo odvod. Da pogoju zveznosti zadostimo popolnoma morata biti odvoda z leve in desne enaka.

Diskretni signali so ločeni, nezvezni ali impulzni signali (računalniški).

- sistem z amplitudno modulacijo (digitalni računalniški)



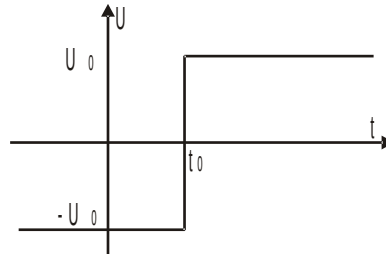
- sistem s širinsko modulacijo



- sistem s frekvenčno modulacijo



- reletni sistem



- **Deterministični/naključni**

Deterministični sistemi so napovedljivi. Če poznamo njihovo začetno stanje in začetno stanje vplivnih veličin lahko napovemo njihovo obnašanje v času.

Obnašanja naključnih sistemov ne moremo napovedati gotovo. Lahko ga le statistično ovrednotimo.

Kaj je prenosna karakteristika?***

Splošna prenosna karakteristika linearnega zveznega sistema je enačba, ki predstavlja lastno gibanje sistema.

Predstavlja zvezo med izstopno in vstopno veličino pri krmilnem sistemu oz. njegovem elementu.

$$P(D) = \frac{i(t)}{v(t)}$$

Do nje pridemo s pomočjo fizikalnih zakonov ali pa eksperimentov.

Kaj je prehodna funkcija?***

Prehodna funkcija je odziv krmilnega sistema ali elementa na vhodno funkcijo. V grobem jih lahko razdeljimo na periodične in neperiodične, ter na to za kakšen tip vhodne funkcije imamo.

Kaj je karakteristična funkcija?***