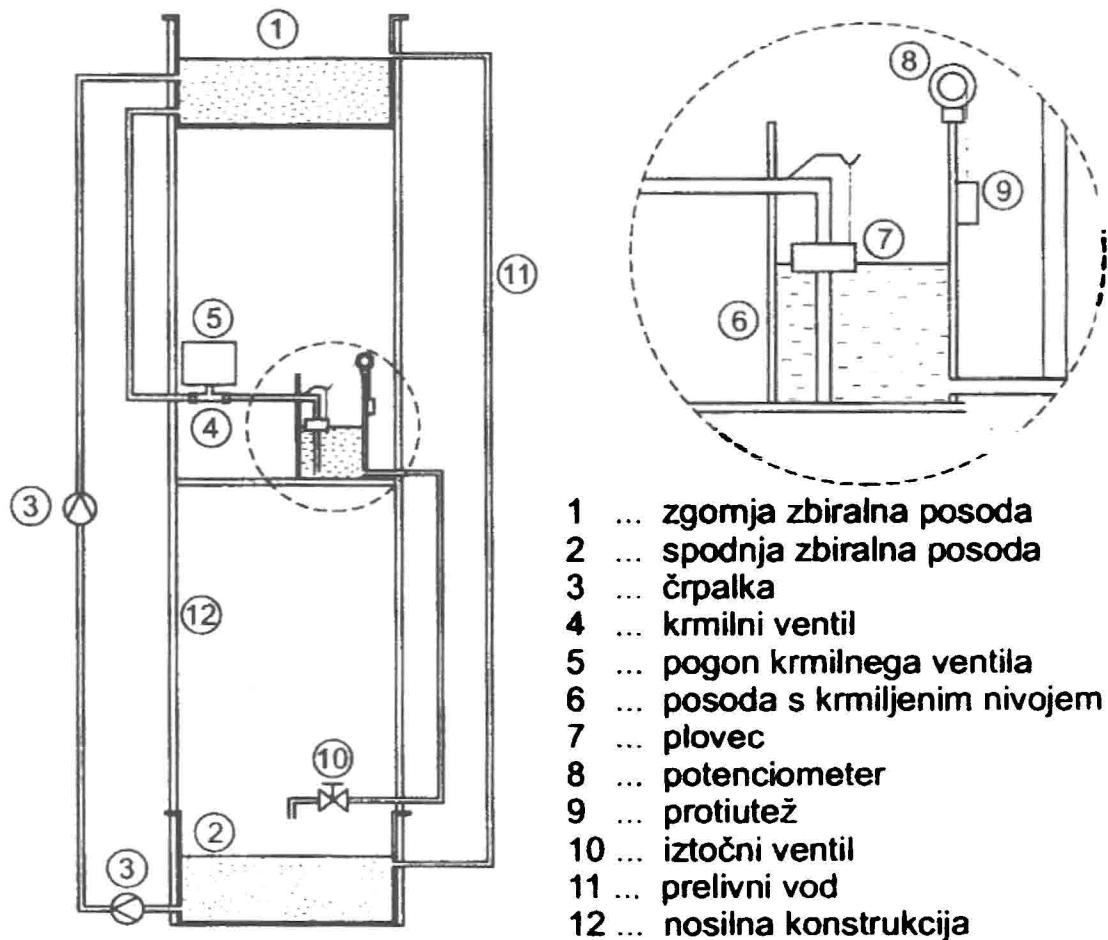


## Definicija naloge

Na spodnji sliki je prikazan sistem za krmiljenje nivoja kapljevine v posodi:



Slika 2.2: Slika sistema za krmiljenje nivoja kapljevine v posodi

Sistem ima zgornjo zbiralno posodo, v kateri je zagotovljen konstanten nivo gladine, kajti črpalki ves čas obratovanja črpata vodo iz spodnje posode v zgornjo zbiralno posodo. Odvečna količina kapljevine pa preko prelivnega voda odteka nazaj v spodnjo zbiralno posodo. S tem je zagotovljen konstanten prirast statičnega tlaka med gladino v zgornji zbiralni posodi in krmilnim ventilom.

## Zahteve naloge

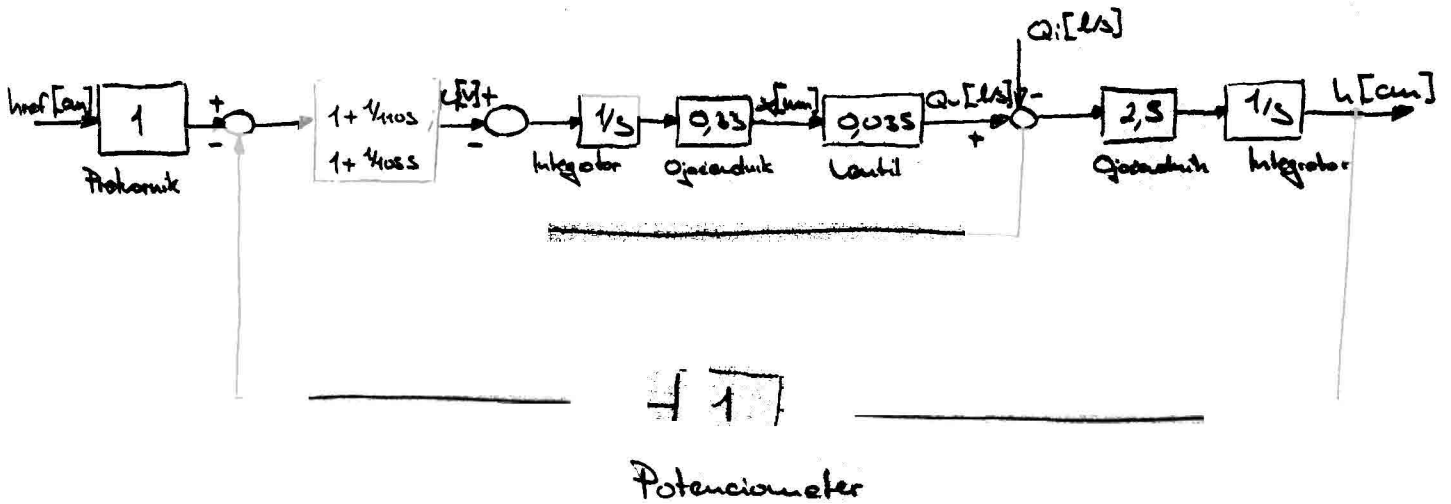
Za sistem krmiljenja nivoja kapljevine v posodi določi odgovor prehoda za:

- vstopni signal
- izstopni signal

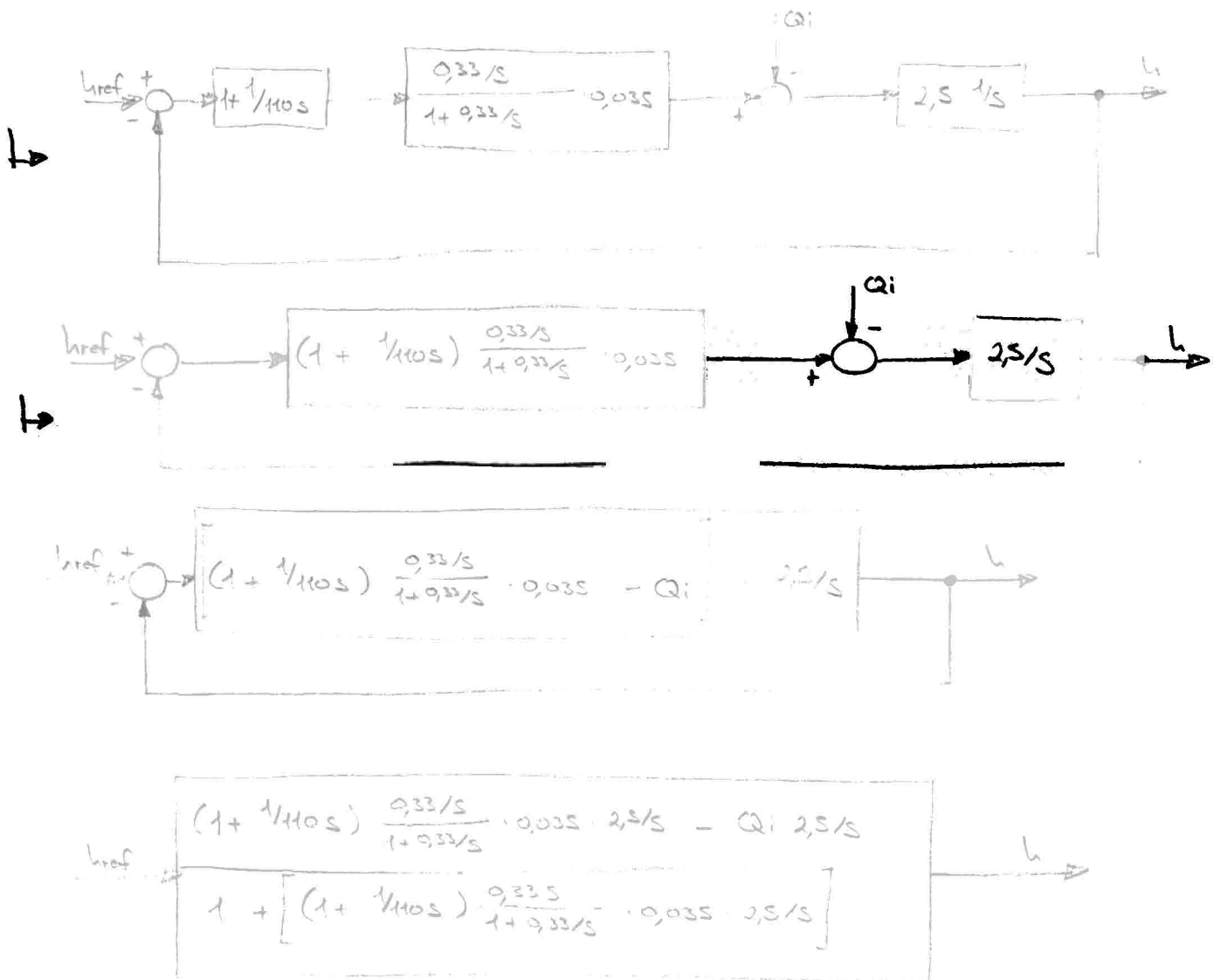
Za oba primera nariši grafa na milimetrski papir.

# Blokovna shema sistema

Na spodnji sliki je prikazana blokovna shema celotnega krmilnega sistema:



## Poenostavitev blokovne sheme



# Preračun

PRINCIP SUPERPOZICIJE ZAPIŠEMO:

$$Q_i = \cancel{\emptyset}$$

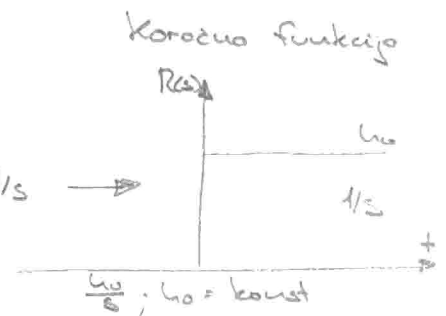
$$h_{ref} = \cancel{\emptyset}$$

$$h_A(s) = ?$$

$$\frac{h_A}{h_{ref}} = \frac{(1 + 1/110s) \cdot \frac{0,33/s}{1 + 0,33/s} \cdot 0,035 \cdot 2,5/s}{1 + \left[ (1 + 1/110s) \cdot \frac{0,33/s}{1 + 0,33/s} \cdot 0,035 \cdot 2,5/s \right]}$$

$$h_A = \frac{\left[ \frac{110s + 1}{110s} \right] \cdot \frac{0,33}{s + 0,33} \cdot 0,035 \cdot 2,5/s}{1 + \left[ \frac{110s + 1}{110s} \right] \cdot \frac{0,33}{s + 0,33} \cdot 0,035 \cdot 2,5/s}$$

$$h_{ref}; h_{ref} = 1/s \rightarrow$$



$$h_A = \frac{(110s + 1) \cdot 0,33 \cdot 0,035 \cdot 2,5}{110s \cdot (s + 0,33) \cdot s} \cdot s + \frac{(110s + 1) \cdot 0,33 \cdot 0,035 \cdot 2,5}{110s \cdot (s + 0,33)}$$

$$h_A = \frac{(110s + 1) \cdot 0,33 \cdot 0,035 \cdot 2,5}{110s \cdot (s + 0,33) \cdot s} + \frac{s \cdot 110s \cdot (s + 0,33) \cdot s}{110s \cdot (s + 0,33) \cdot s} + \frac{(110s + 1) \cdot 0,33 \cdot 0,035 \cdot 2,5}{110s \cdot (s + 0,33) \cdot s \cdot s^1}$$

$$h_A = \frac{(110s + 1) \cdot 0,028875}{110s^2 (s + 0,33) + (110s + 1) \cdot 0,028875 \cdot s}$$

$$h_A = \frac{110 \cdot 0,028875 s + 0,028875}{110s^4 + 110 \cdot 0,33s^3 + 110 \cdot 0,028875s^2 + 0,028875s}$$

Glede na zgornjo zapisano enačbo dobimo v imenovalcu polinom zetrte stopnje. Za uvedeni polinom poiščemo vse štiri ničle, vendar lahko vamek razstavimo na parcialne ulomke in s pomočjo limit izračunamo konstante od A do D. Konstante vstavimo nazaj v enačbo in dobimo  $h_A(s)$ . Glede na zapisane vrednosti izvedemo se Laplaceova transformacija in dobimo  $h_A(t)$ .

Kljub temu, da se sistem reševanja zdi dokaj enostaven, pridemo pri polinomu četrte stopnje do kompleksnih ničel. Če te so posledica vrednosti v krogičku in sicer  $1 + \frac{1}{100}s$ , sistem po nam konvergira. Primer pretočna za kompleksne ničle je prikazan v Prilogi II.

Na podlagi dogovora z asistentom smo se odločili, da bomo sistem poenostavili in sicer bomo vzeli za vrednost krogička  $1 + \frac{1}{100}s$ , kar bo pomenilo, da bo polinom imel tri realne ničle in ne več kompleksnih. Za novo vrednost sedaj zapišemo:

$$L_A = \frac{105 \cdot 0,028875 s + 0,028875}{105 s^4 + 105 \cdot 0,22 s^3 + 105 \cdot 0,428875 s^2 + 0,028875 s}$$

$$L_A = \frac{3,031875 s + 0,028875}{105 s^4 + 34,65 s^3 + 3,031875 s^2 + 0,028875 s}$$

$$\rightarrow L_A = \frac{3,031875 s + 0,028875}{s (s + 0,166454) (s + 0,152729) (s + 0,0108173)}$$

Ničle polinoma

$$\rightarrow L_A = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s + 0,166454)} + \frac{C}{(s + 0,152729)} + \frac{D}{(s + 0,0108173)}$$

Porabi: ulomki

$$\rightarrow A = \lim_{s \rightarrow 0} \left[ (s + 0) \frac{3,031875 s + 0,028875}{(s + 0) (s + 0,166) (s + 0,152) (s + 0,01)} \right] = 105$$

B, C, D  $\Rightarrow$  Glej Prilogo II

$$\rightarrow \text{Dobimo } L_A(s) = \frac{105}{s} + \frac{1338,2}{(s + 0,166)} + \frac{1459,62}{(s + 0,152)} + \frac{16,4141}{(s + 0,01)}$$

$\rightarrow$  Z Laplace transformacijo sledi:

$$L_A(t) = 105 + 1338,2 e^{-0,166t} - 1459,62 e^{-0,152t} + 16,4141 e^{-0,01t}$$

Opomba: Celoten postopek je v Prilogi II. Glede na daljšo enočbo lahko napišemo graf  $L_A(t)$ .

B.)  $Q_i \neq \emptyset$

$l_{ref} = \emptyset$

$h_0(t) = ?$

priznomen sklope iz primera A.) sledi

$$\frac{h_0}{Q_i} = \frac{2,5/s}{1 + \left[ \left(1 + \frac{1}{1055s}\right) \frac{0,33/s}{1+0,22/s} \cdot 0,035 \cdot 2,5/s \right]}$$

$$h_0 = \frac{2,5/s}{1 + \left[ \left(1 + \frac{1}{1055s}\right) \frac{0,33/s}{1+0,22/s} \cdot 0,035 \cdot 2,5/s \right]} Q_i, \text{ pri čemer je } Q_i \rightarrow 4/s$$

$$\frac{2,5/s}{s + \left[ \left( \frac{1055s+1}{1055s} \right) \frac{0,33}{(s+0,33)} \cdot 0,035 \cdot 2,5 \right]} = \frac{2,5/s}{s + \frac{(1055s+1) \cdot 0,028875}{1055(s+0,33)}}$$

$$h_0 = \frac{2,5/s \cdot 1055(s+0,33)}{1055(s+0,33)s + (1055s+1) \cdot 0,028875} = \frac{262,5s^2 + 86,625s}{105s^2 + 34,68s^2 + 3,031875s^2 + 0,028875s}$$

$$\rightarrow h_0 = \frac{A}{s} + \frac{B}{(s+0,166)} + \frac{C}{(s+0,152)} + \frac{D}{(s+0,01)}$$

$$\rightarrow A = \lim_{s \rightarrow 0} (s+0) \frac{262,5s^2 + 86,625s}{(s+0)(s+0,166)(s+0,152)(s+0,01)} = \emptyset$$

B, C, D  $\rightarrow$  Glej Priloga III.

$$\rightarrow \text{Dobimo } h_0(s) = \frac{0}{s} + \frac{20098,7}{(s+0,166)} - \frac{23892,2}{(s+0,152)} + \frac{3793,49}{(s+0,01)}$$

$\rightarrow$  Z $\checkmark$  Laplaceovo transformacijo sledi

$$h_0(t) = 20098,7 e^{-0,166t} - 23892,2 e^{-0,152t} + 3793,49 e^{-0,01t}$$

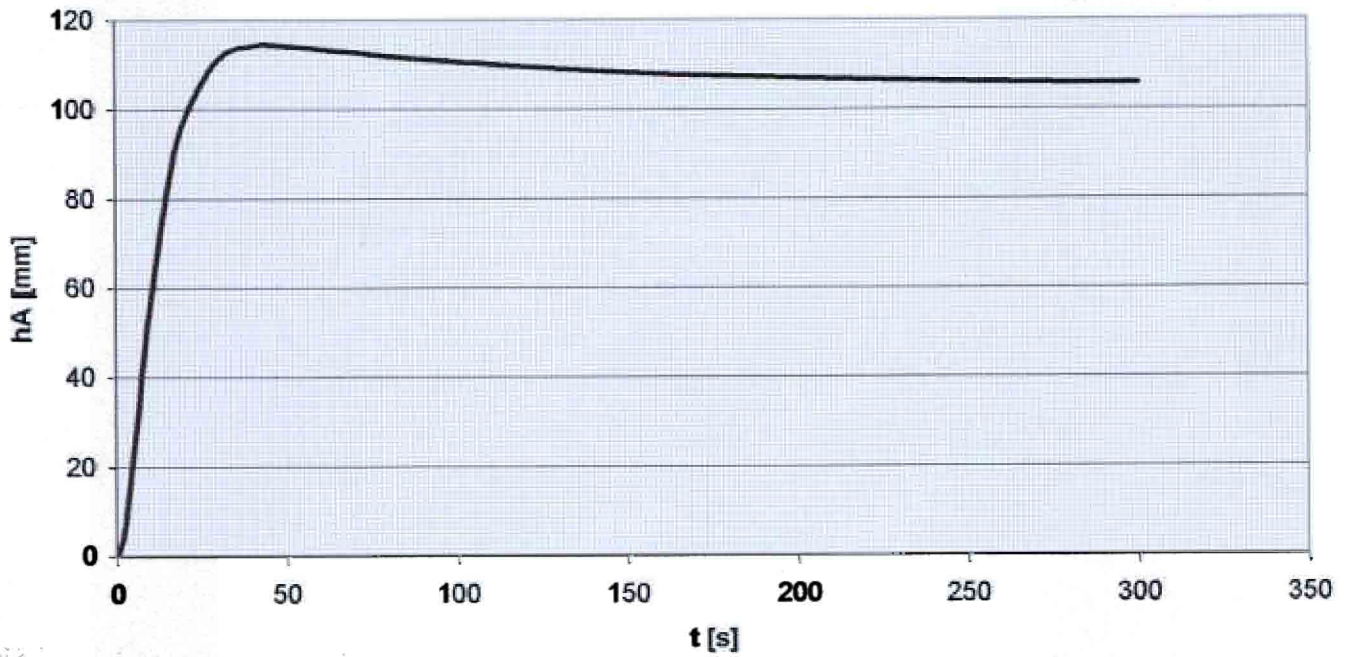
Opomba Glej Priloga II Glede na dobiveno enačbo lahko narišemo graf  $h_0(t)$ .

Čas	Odgovor prehoda	†	Odgovor prehoda za motilni signal
0	-1,13687E-13	0	-0,01
1	1,3582866115	1	261,324932
2	4,9068897548	2	516,3612901
3	9,962707099	3	760,5195991
4	16,0007831	4	990,7162072
5	22,6183516	5	1205,021425
6	29,51014855	6	1402,386021
7	36,44840405	7	1582,423328
8	43,26661291	8	1745,236509
9	49,84640952	9	1891,282382
10	56,10698369	10	2021,264772
15	81,48153275	15	2463,179246
20	97,35384028	20	2649,223256
30	110,9997154	30	2633,961437
40	114,1225914	40	2433,768033
50	114,1778258	50	2202,095866
60	113,4857882	60	1980,706299
70	112,6762241	70	1778,678138
80	111,9035419	80	1596,560779
90	111,1990832	90	1432,926396
100	110,5642767	100	1286,025178
150	108,2399258	150	748,7846812
200	106,8864317	200	435,9763742
250	106,098366	250	253,8452014
300	105,6395185	300	147,8001794
350	105,3723566	350	86,05596203
400	105,2168029	400	50,10568074
450	105,1262325	450	29,17379788
500	105,0734983	500	16,98630715
600	105,0249166	600	5,758521313
700	105,008447	700	1,952194048
800	105,0028636	800	0,661812537
900	105,0009708	900	0,224360808
1000	105,0003291	1000	0,07606047

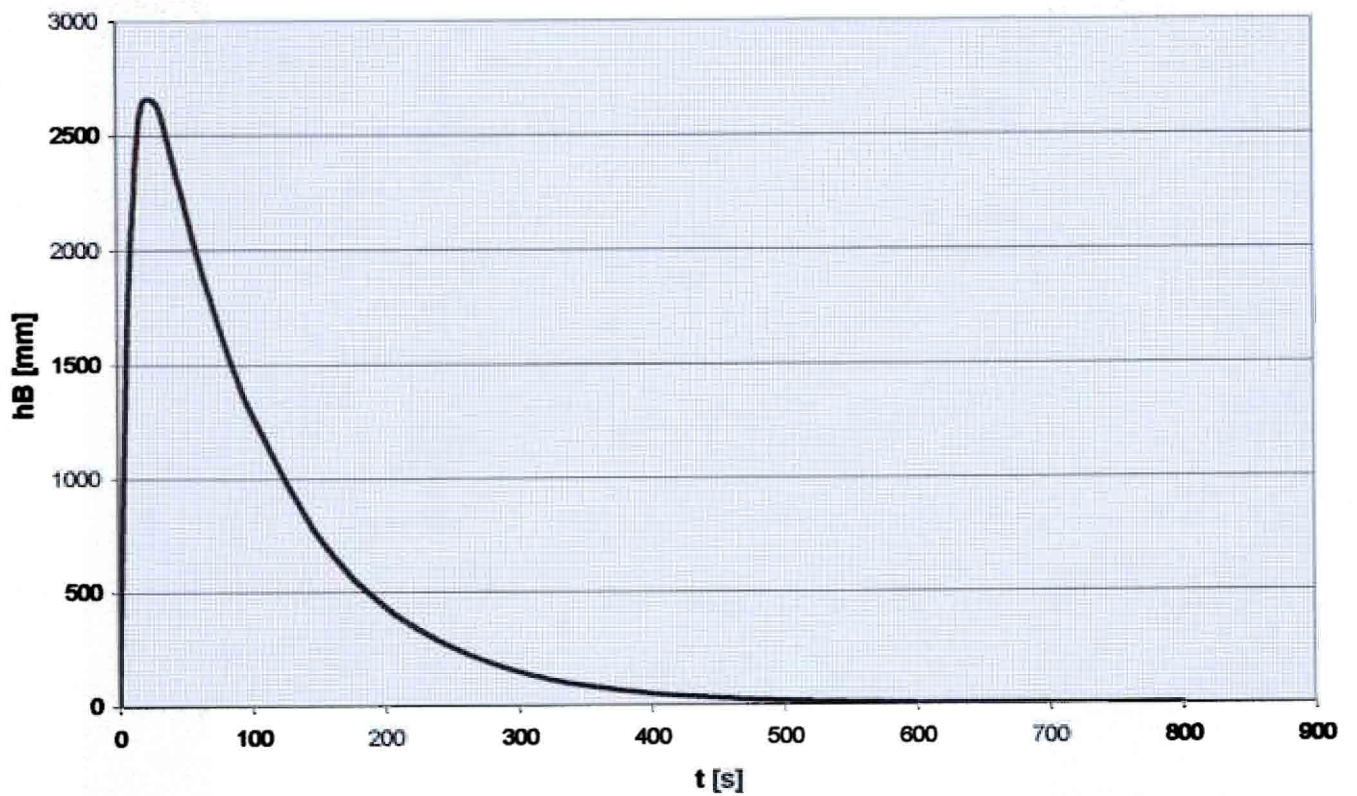
Limite	A) Primer	B) Primer
A	105	0
B	1338,2	20098,7
C	-1459,62	-23892,2
D	16,4141	3793,49

Ničje polinoma	
A	0
B	-0,16645353
C	-0,152729201
D	-0,010817268

Graf odgovora prehoda za vstopni signal



Graf odgovora prehoda na motilni signal



# Prilogo I:

`Solve[110*x^4 + 36.3*x^3 + 3.17625*x^2 + 0.028875*x = 0, x]`

`{{x → -0.159872 - 0.00605912 i}, {x → -0.159872 + 0.00605912 i}, {x → -0.0102556}, {x → 0.}}`

**Nicle**

`a = 0`

`0`

`b = -0.15987221309639607` - 0.006059118533006917` i`

`-0.159872 - 0.00605912 i`

`c = -0.15987221309639607` + 0.006059118533006917` i`

`-0.159872 + 0.00605912 i`

`d = -0.010255573807207827``

`-0.0102556`

**Limite**

`A = Limit[(x - a)  $\frac{(2.8875 x + 0.028875)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}$ , x → a]`

`0.000893669 + 0.0117622 i`

`B = Limit[(x - b)  $\frac{(2.8875 x + 0.028875)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}$ , x → b]`

`-0.000917609 - 0.0120834 i`



$$C = \text{Limit}\left[(x - c) \frac{(2.8875 x + 0.028875)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow c\right]$$

$$-1.29359 \times 10^{-6} + 9.82344 \times 10^{-8} i$$

$$D = \text{Limit}\left[(x - d) \frac{(2.8875 x + 0.028875)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow d\right]$$

$$0.0000252338 + 0.000321121 i$$

$$\text{Resitev} = A * E^{(a * t)} + B * E^{(b * t)} + C * E^{(c * t)} + D * E^{(d * t)}$$

$$(0.000893669 + 0.0117622 i) - (1.29359 \times 10^{-6} - 9.82344 \times 10^{-8} i) e^{(-56.6046 + 1490.82 i) t} -$$

$$(0.000917609 + 0.0120834 i) e^{(-0.159872 - 0.00605912 i) t} + (0.0000252338 + 0.000321121 i) e^{-0.0102556 t}$$

Primer

$$t = 1$$

$$1$$

Resitev

$$0.0000742275 + 0.00178685 i$$

$$t = 30$$

$$30$$

Resitev

$$0.000886718 + 0.0119015 i$$

## Priboj II.

Polinom

$\text{Solve}[105 * x^4 + 34.65 * x^3 + 3.031875 * x^2 + 0.028875 * x = 0, x]$

$\{x \rightarrow -0.166454\}, \{x \rightarrow -0.152729\}, \{x \rightarrow -0.0108173\}, \{x \rightarrow 0.\}$

Prva nicla

$a = 0$

0

Druga nicla

$b = -0.16645353041864555`$

-0.166454

Tretja nicla

$c = -0.1527292012589969$

-0.152729

Cetrta nicla

$d = -0.01081726832235759`$

-0.0108173

Limite

$A = \text{Limit}\left[(x - a) \frac{(3.031875 x + 0.028875)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow a\right]$

105.

$B = \text{Limit}\left[(x - b) \frac{(3.031875 x + 0.028875)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow b\right]$

1338.2

$C = \text{Limit}\left[(x - c) \frac{(3.031875 x + 0.028875)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow c\right]$

-1459.62

$D = \text{Limit}\left[(x - d) \frac{(3.031875 x + 0.028875)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow d\right]$

16.4141

$$\begin{aligned} \text{Resitev} &= A * E^{(a * t)} + B * E^{(b * t)} + C * E^{(c * t)} + D * E^{(d * t)} \\ &+ 1338.2 e^{-0.166454 t} - 1459.62 e^{-0.152729 t} + 16.4141 e^{-0.0108173 t} \end{aligned}$$

Primer

t = 1

1

Resitev

1.36331

t = 50

50

Resitev

114.178

# Priloga II:

Polinom

$$\text{Solve}[105 * x^4 + 34.65 * x^3 + 3.031875 * x^2 + 0.028875 * x = 0, x]$$

$$\{(x \rightarrow -0.166454), (x \rightarrow -0.152729), (x \rightarrow -0.0108173), (x \rightarrow 0)\}$$

Prva nicla

$$a = 0$$

0

Druga nicla

$$b = -0.16645353041864555`$$

$$-0.166454$$

Tretja nicla

$$c = -0.1527292012589969`$$

$$-0.152729$$

Cetrta nicla

$$d = -0.01081726832235759`$$

$$-0.0108173$$

Limite

$$A = \text{Limit}\left[(x - a) \frac{(262.5 x^2 + 86.625 x)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow a\right]$$

0.

$$B = \text{Limit}\left[(x - b) \frac{(262.5 x^2 + 86.625 x)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow b\right]$$

20098.7

$$C = \text{Limit}\left[(x - c) \frac{(262.5 x^2 + 86.625 x)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow c\right]$$

-23892

$$D = \text{Limit}\left[(x - d) \frac{(262.5 x^2 + 86.625 x)}{(x - d) * (x - a) * (x - b) * (x - c)}, x \rightarrow d\right]$$

3793.49

$$\text{Resitev} = A + E^{(a+t)} + B + E^{(b+t)} + C + E^{(c+t)} + D + E^{(d+t)}$$

$$0. + 20098.7 e^{-0.166454t} - 23892.2 e^{-0.152729t} + 3793.49 e^{-0.0108173t}$$

Primer

$$t = 1$$

1

Resitev

261.333

$$t = 50$$

50

Resitev

2202