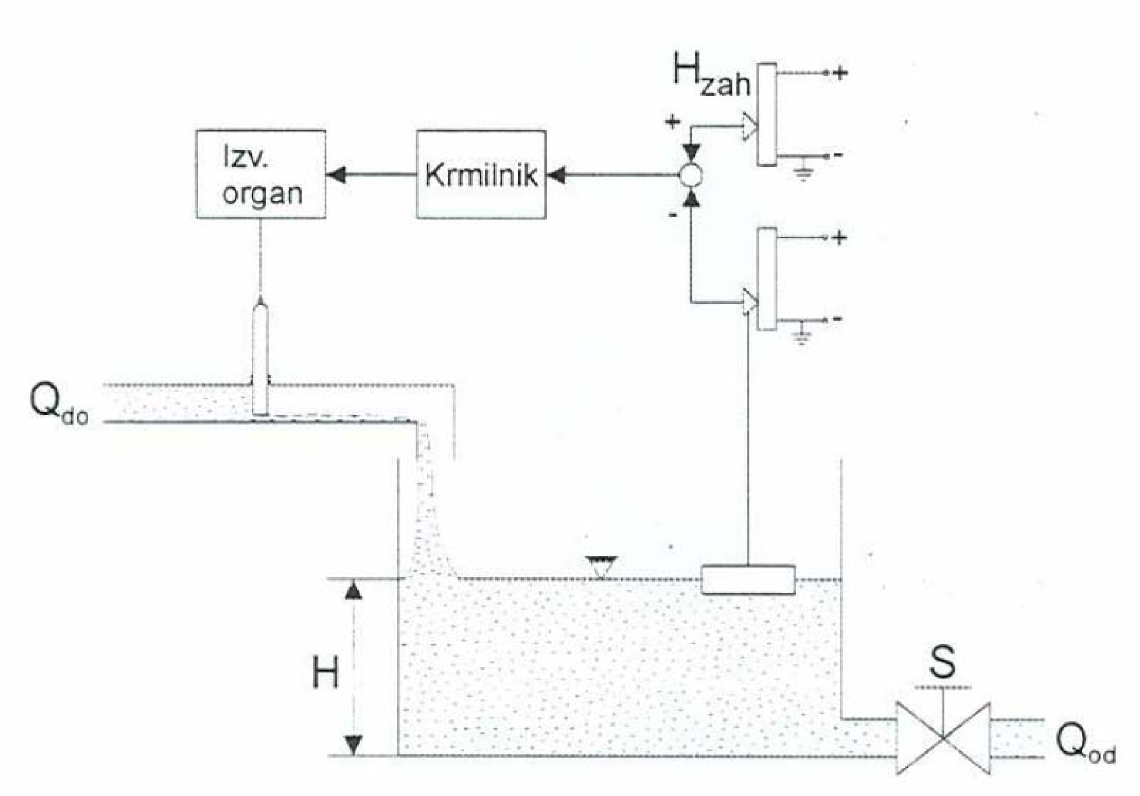
1 DEFINICIJA NALOGE

V zbiralniku, ki oskrbuje porabnike z vodo, želimo nastavljati višino gladine H v posodi in jo vzdrževati v zahtevanem stanju, če se spremeni položaj ventila ob iztoku.



Slika 1: Shema krmilnega sistema

Za takšno delovanje zbiralnika potrebujemo merilnik višine, krmilnik in izvršilni organ. Sprememba položaja vretena ventila ob iztoku je motilna veličina, ki ponazarja spreminjanje potreb porabnikov vode v zbiralniku.

Predpostavljamo, da je krmiljeni objekt, pa tudi merilnik višine gladine, izvršilni organ in iztočni ventil mogoče prikazati kot naprave z linearnimi karakteristikami v okolici izbrane obratovalne točke. Za omenjene gradnike vpeljemo prenosne funkcije:

- objekta po upravnem kanalu

$$P_{OU}(s) = \frac{K_0}{1+T_0 \cdot s} = \frac{1}{1+3s} = \frac{\Delta H_U(s)}{\Delta g(s)}$$

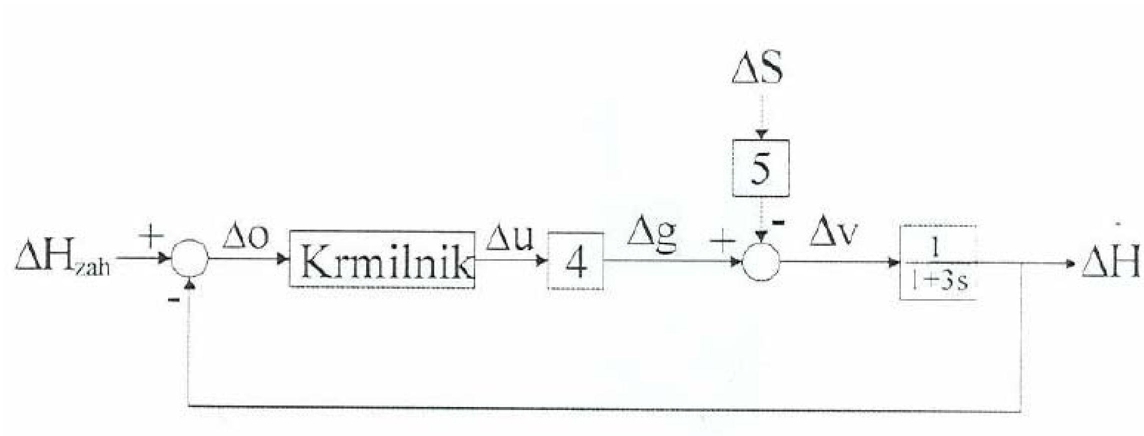
- objekta po motilnem kanalu

$$P_{OM}(s) = \frac{-K_M \cdot K_0}{1+T_0 \cdot s} = \frac{-5 \cdot 1}{1+3s} = \frac{\Delta H_M(s)}{\Delta S(s)}$$

- izvršilnega organa

$$P_{IO}(s) = K_{IO} = 4 = \frac{\Delta g(s)}{\Delta u(s)}$$

V skladu z zgornjimi prenosnimi funkcijami lahko narišemo blokovno shemo krmilnega sistema:



Slika 2: Blokovna shema krmilnega sistema

Na osnovi danih prehodnih funkcij in blokovne sheme krmilnega sistema je potrebno zasnovati optimalni krmilnik (optimalni krmilni zakon) na osnovi minimizacije kriterijalne funkcije:

$$I = \int_0^\infty \left(\underline{o}^T Q \underline{o} + \underline{u}^T R \underline{u} \right) dt$$

kjer sta Q simetrično pozitivno semidefinitna matrika in R simetrična pozitivno definitna matrika. Izbor obeh matrik je poljuben.

Nariši obnašanje Krmiljene veličine $\Delta H(t)$ kot funkcijo skočne spremembe $\Delta H_{ZAHT}(t)$ in $\Delta S(t)$. Prav tako ugotovi gibanje izvršilnega organa za gornji primer vstopnih signalov.

2 SNOVANJE OPTIMALNEGA KRMILNEGA ZAKONA

Najprej moramo določiti prenosno funkcijo krmiljenega objekta v časovnem prostoru.
Iz definicije naloge poznamo odziv krmiljenega objekta v frekvenčnem prostoru:

$$\Delta H(s) = K_{IO} \frac{K_0}{1+T_0 s} \cdot \Delta u(s) - K_M \frac{K_0}{1+T_0 s} \cdot \Delta S(s) \qquad / : (1+T_0 s)$$

$$(1+T_0 s)\Delta H(s) = K_{IO} K_0 \cdot \Delta u(s) - K_M K_0 \cdot \Delta S(s)$$

Nad zgornjim izrazom izvedemo inverzno Laplaceovo transformacijo in dobimo:

$$\Delta H(t) + T_0 \Delta \dot{H}(t) = K_{IO} K_0 \cdot \Delta u(t) - K_M K_0 \Delta S(t)$$

$$\Delta \dot{H}(t) = -\frac{1}{T_0} \Delta H(t) + \frac{K_{IO} K_0}{T_0} \Delta u(t) - \frac{K_M K_0}{T_0} \Delta S(t)$$

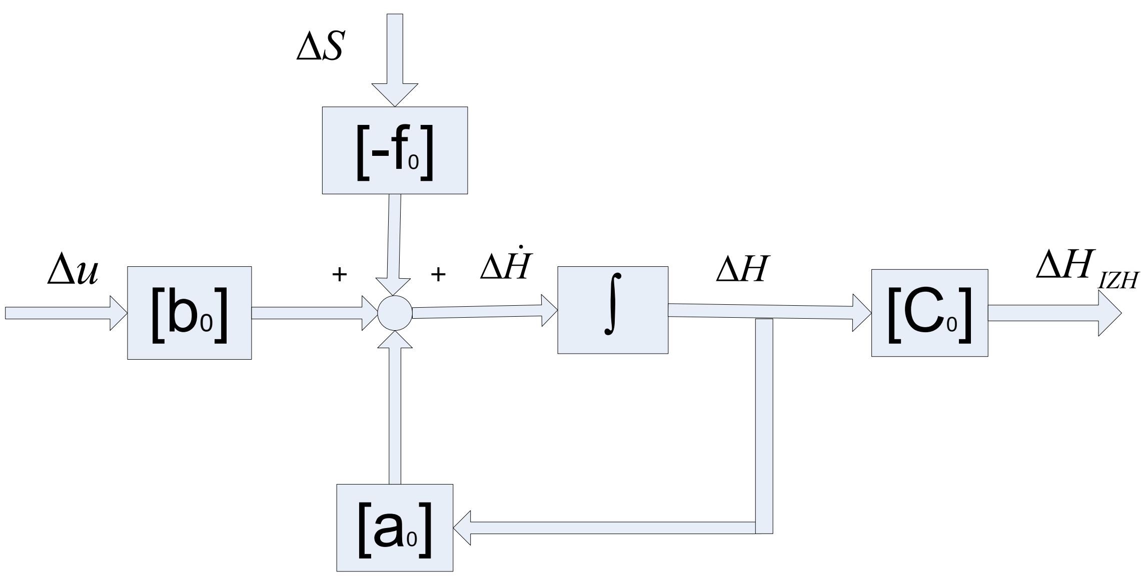
Uvedemo nove konstante

$a_0 = \dfrac{1}{T_0}$; $b_0 = \dfrac{K_{IO} K_0}{T_0}$; $c_0 = 1$; $f_0 = \dfrac{K_m K_0}{T_0}$

Dobimo prenosno karakteristiko krmiljenega objekta

$$\Delta \dot{H}(t) = -a_0 \Delta H(t) + b_0 \Delta u(t) - f_0 \Delta S(t)$$

in matrično shemo krmiljenega objekta.



Slika 3: Matrična shema krmiljenega objekta

Ker imamo opravka s primerom, ko nastopa motilna veličina $\underline{S}$ in zahtevana veličina $\underline{u}$, zapišemo enačbi objekta v obliki:

$\underline{\dot{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} + F\underline{S}$

$\underline{i} = C\underline{x}$

Če sta odvoda motilne veličine in zahtevane količine enaka 0 in če definiramo odstopek z izrazom $\underline{o} = \underline{i} - \underline{u}$, dobimo nov zapis za objekt:

$$\ddot{\underline{x}} = A\dot{\underline{x}} + B\dot{\underline{u}}$$
$$\dot{\underline{o}} = C\dot{\underline{x}}$$

Zadnji enačbi združimo v razširjeni objekt:

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\underline{o}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \underline{o} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\underline{u}}$$

Krmilni zakon je v tem primeru enak:

$$\underline{u} = F_1 \underline{x} + F_2 \int (\underline{i} - \underline{v}) d\tau$$

Matriki F_1 in F_2 določimo iz izraza $\begin{bmatrix} F_1 & F_2 \end{bmatrix} = -R^{-1} \begin{bmatrix} B^T & 0^T \end{bmatrix} P$, kjer je P pozitivno definitna rešitev Riccatijeve matrične enačbe

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}^T P + P \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ E \end{bmatrix} Q \begin{bmatrix} 0 & E \end{bmatrix} - P \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} B^T & 0^T \end{bmatrix} P = 0$$

Definiramo matrike $Q = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix}$ $R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}$ $P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix}$

Vstavimo v Riccatijevo enačbo in dobimo:

$$\begin{bmatrix} -a_0 & c_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -a_0 & 0 \\ c_0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{12} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} -$$
$$- \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{12} & r_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} b_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = \underline{0}$$

Velja $R^{-1} = \begin{bmatrix} o_{11} & o_{12} \\ o_{12} & o_{22} \end{bmatrix}$

Iz Riccatijeve enačbe dobimo sistem treh enačb:

$$a_0 p_{11} + c_0 p_{12} - a_0 p_{11} + c_0 p_{12} - p_{11}^2 b_0^2 o_{11} = 0$$
$$-a_0 p_{12} + c_0 p_{22} - p_{11} p_{12} b_0^2 o_{11} = 0$$
$$q_{11} - p_{12}^2 b_0^2 o_{11} = 0$$

Iz treh enačb takoj dobimo:

$$p_{12} = \frac{1}{b_0}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}$$

$$p_{11} = -\frac{a_0}{b_0 c_0}\left(1 - \sqrt{1 + 2b_0 c_0 \frac{o_{11}}{a_0^2}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}}\right)$$

$$p_{22} = \frac{a_0}{b_0 c_0}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}\sqrt{1 + 2b_0 c_0 \frac{o_{11}}{a_0^2}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}}$$

Določili smo matriko P, iz nje lahko določimo F_1 in F_2 po enačbi:

$$\begin{bmatrix} F_1 & F_2 \end{bmatrix} = -R^{-1}\begin{bmatrix} B^T & 0^T \end{bmatrix} P = -o_{11}\begin{bmatrix} b_0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = -o_{11}\begin{bmatrix} b_0 p_{11} & b_0 p_{12} \end{bmatrix}$$

Sedaj ko poznamo F_1 in F_2, ju lahko vstavimo v enačbo
$\underline{\dot{u}} = F_1 \underline{\dot{x}} + F_2 \underline{\dot{o}}$

Enačbo integriramo in dobimo:

$$u = -o_{11} b_0 p_{11}(x - x_0) - o_{11} b_0 p_{12}\int_0^t o \cdot dt$$

Ob upoštevanju vrednosti za a_0, b_0, c_0 in f_0 ter

$x_0 = 0$

$o = \Delta H - \Delta H_{ZAHT}$

$x = \Delta H$

$u = \Delta u$

dobimo:

$$\Delta u = o_{11}\left(\frac{1}{o_{11} K_{IO} K_O}\sqrt{1 + 2K_{IO} K_0 T_0 c_0 o_{11}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}} - 1\right)\cdot \Delta H - o_{11}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}\int_0^t (\Delta H - H_{ZAHT})\cdot dt$$

Poenostavimo v :

$$\Delta u = -PR \cdot \Delta H - IN\int_0^t (\Delta H - H_{ZAHT})\cdot dt$$ --- krmilni zakon

kjer je :

PR koeficient proporcionalnosti

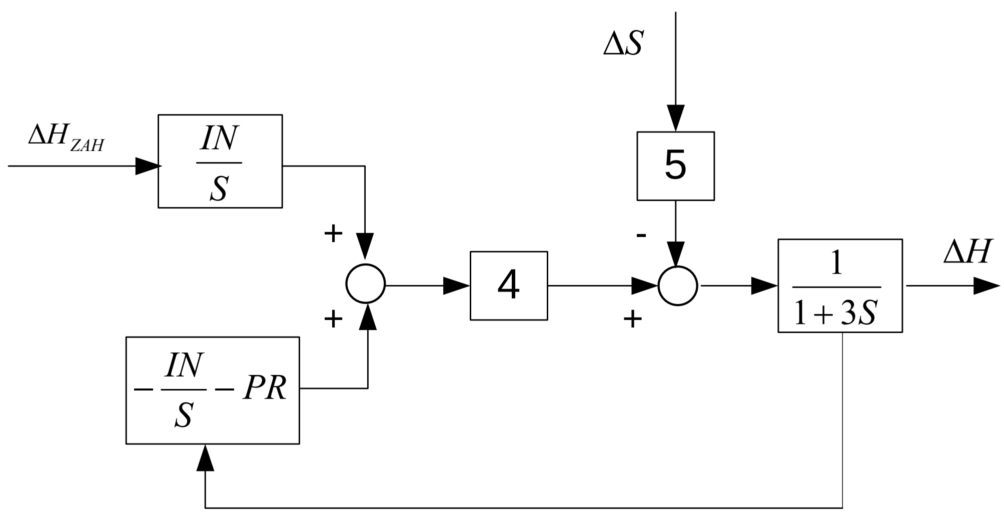
IN koeficient integracije

Z Laplaceovo transformacijo krmilnega zakona se znebimo integriranja in dobimo:

$$\Delta u(s) = -PR \cdot \Delta H(s) - IN \frac{\Delta H(s) - \Delta H_{ZAHT}(s)}{s}$$

$$\Delta u(s) = \frac{IN}{s} \cdot \Delta H_{ZAHT}(s) + \left(-PR - \frac{IN}{s}\right)\Delta H(s)$$

Iz krmilnega zakona v tej obliki lahko določimo blokovno shemo krmilnika oz. celotnega sistema:



Slika 4: Blokovna shema krmilnega sistema

Pri vaji smo preučevali odziv sistema $\Delta H(s)$ pri spremembi $\Delta H_{ZAH}(s)$, $\Delta S(s)$ in pri spremembi obeh hkrati $\Delta g(s)$.
Imamo torej dva vhoda v sistem in tri različne odzive izhodov.

Iz blokovne sheme lahko določimo prenosne funkcije sistema:

$$\Delta H_{\Delta Hzah}(s) = \frac{4 \cdot IN}{4 \cdot IN + (1+PR) \cdot s + 3s^2} \cdot \Delta H_{ZAH}(s)$$

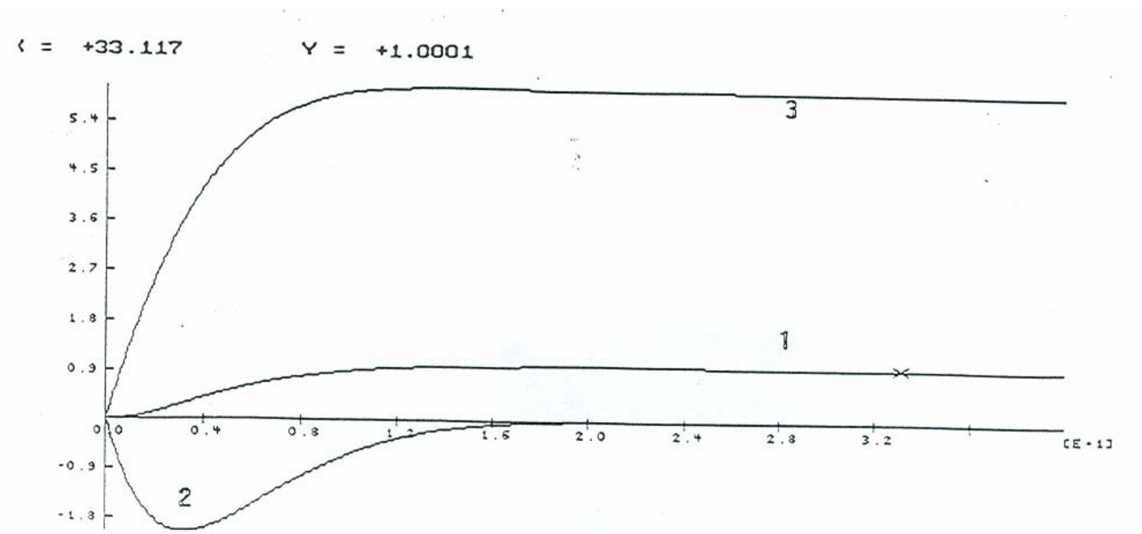
$$\Delta H_{\Delta S}(s) = -\frac{5s}{4 \cdot IN + (1+PR) \cdot s + 3s^2} \cdot \Delta S(s)$$

$$\Delta g_{\Delta Hzah}(s) = \frac{4IN \cdot (1+3s)}{4IN + (1+PR)s + 3s^2} \cdot \Delta H_{zah}(s) + \frac{20(IN + PR \cdot s)}{4IN + (1+PR)s + 3s^2} \Delta S(s)$$

Iz prenosnih funkcij določimo matrično prenosno funkcijo:

$$\begin{bmatrix} \Delta H_{\Delta Hzah}(s) \\ \Delta H_{\Delta S}(s) \\ \Delta g_{\Delta Hzah}(s) \end{bmatrix} = \frac{4}{4IN + (1+PR)s + 3s^2} \cdot \begin{bmatrix} IN & 0 \\ 0 & -\frac{5s}{4} \\ IN(1+3s) & 5(IN + PR \cdot s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta H_{ZAH}(s) \\ \Delta S(s) \end{bmatrix}$$

To prenosno funkcijo smo vnesli v program ANA in dobili sledeče odzive višine gladine:



3 ZAKLJUČEK

Pri vaji 5 smo spoznali še en pristop k snovanju prenosne funkcije krmilnega sistema. Ta princip se je izkazal kot zelo dober, saj smo s pomočjo programa ANA ugotovili, da je sistem zelo stabilen, saj motnja v sistemu ali sprememba položaja potenciometra sistema ne povzročita dolgih prehodnih pojavov (čas preh. pojava je kvečjemu 1.6 sekunde) z zelo malo prenihanja okrog zahtevane veličine.