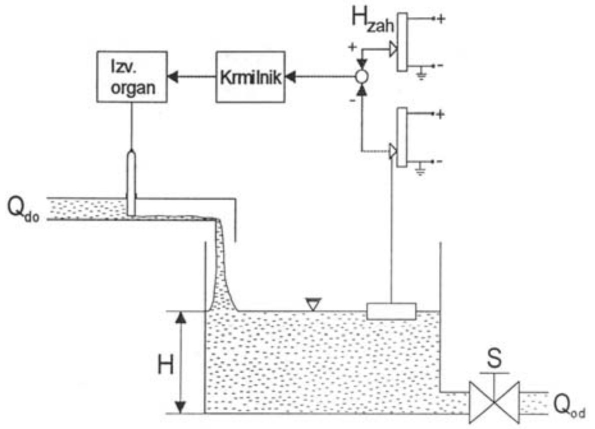
Vaja 5:

Snovanje optimalnega krmilnega sistema

1. Definicija

V zbiralniki, ki oskrbuje uporabnike z vodo, želimo nastavljati višino gladine v posodi in jo vzdrževati v zahtevanem stanju, če se spremeni položaj ventila ob iztoku.
Za takšno delovanje potrebujemo merilnik višine gladine (plavač in potenciometer), krmilnik in izvršilni organ (pogon in zasun). Sprememba položaja vretena ventila ob iztoku je motilne veličina, ki ponazarja spreminjanje potreb porabnikov kapljevine v zbiralniku.



shema krmilnega sistema

2. Zahteve

1. Na osnovi podatkov za sistem ter blokovne sheme je potrebno zasnovati optimalni krmilnik (optimalni krmilni zakon) na osnovi minimizacije funkcije:

$$I = \int_0^\infty \left(\underline{o}^T Q \underline{o} + \underline{u}^T R \underline{u} \right) dt$$

Q – simetrična pozitivno semidefinitna matrika
R – simetrična pozitivno definitna matrika
Q in R lahko poljubno izberemo.

2. Narisati je potrebno obnašanje krmiljene veličine $\Delta H(t)$ kot funkcijo skočne spremembe $\Delta H_{zah}(t)$ in $\Delta S(t)$ (sprememba položaja ventila). Prav tako je potrebno ugotoviti gibanje izvršilnega organa za zgornji primer vstopnih signalov.

3. Preračun

Predpostavljamo, da je krmiljeni objekt, pa tudi merilnik višine gladine, izvršilni organ in iztočni ventil mogoče prikazati kot naprave z linearnimi karakteristikami v okolici izbrane obratovalne točke ($H_{zah} = H_{zah0} + \Delta H_{zah}$).
Za omenjene gradnike vpeljemo prenosne funkcije:

- prenosna funkcija objekta po upravnem kanalu

$$P_{ou}(s) = \frac{K_0}{1 + T_0 s} = \frac{1}{1 + 3s} = \frac{\Delta H_u(s)}{\Delta g(s)}$$

K_0 – koef. ojačanja objekta

- prenosna funkcija objekta po motilnem kanalu

$$P_{om}(s)=\frac{-K_m\cdot K_0}{1+T_0 s}=\frac{-5\cdot 1}{1+3s}=\frac{\Delta H_m(s)}{\Delta S(s)}$$

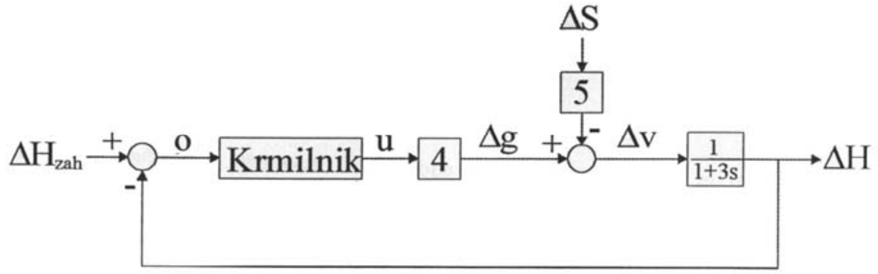
K_m – koef. ojačanja motilne veličine

- prenosna funkcija izvršilnega organa

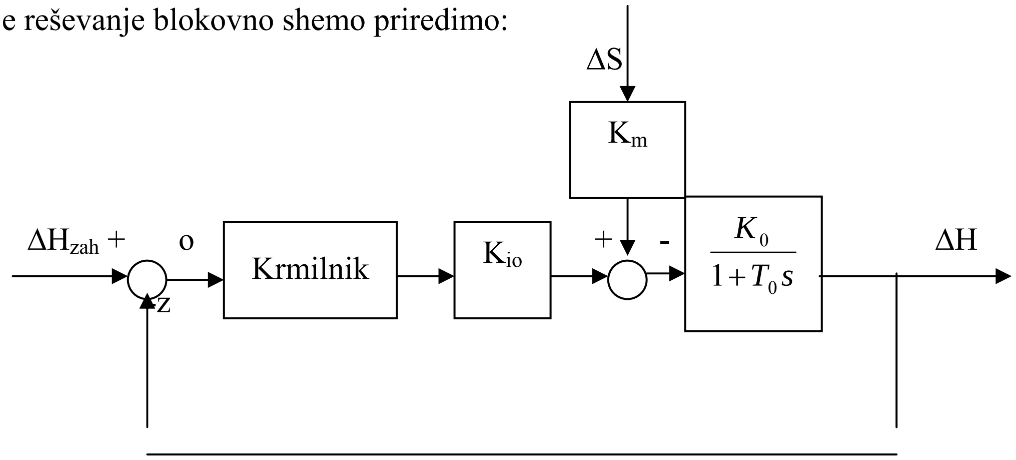
$$P_{io}(s)=K_{io}=4=\frac{\Delta g(s)}{\Delta u(s)}$$

K_{io} – koef. ojačanja izvršilnega organa

Zdaj lahko narišemo blokovno shemo krmilnega sistema:



Za lažje reševanje blokovno shemo priredimo:



Iz blokovne sheme zapišemo:

$$\Delta H(s)=K_{io}\frac{K_0}{1+T_0\cdot s}\Delta u(s)-\frac{K_m\cdot K_o}{1+T_0\cdot s}\Delta S(s)$$

Preuredimo in upoštevamo, da množenje z s po Laplace-u pomeni odvod. Dobimo:

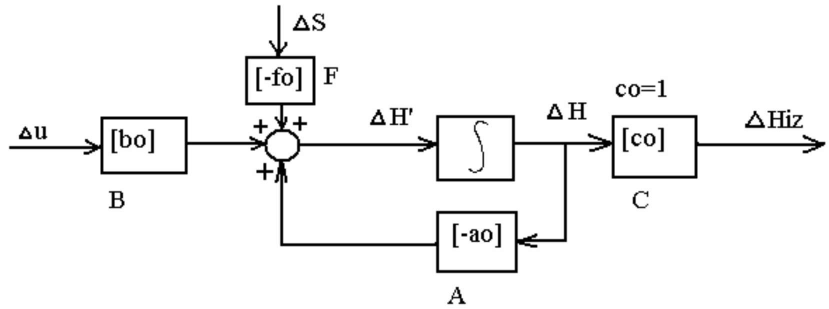
$$\Delta\dot{H}(t)=-\frac{1}{T_0}\Delta H(t)+\frac{K_{io}\cdot K_o}{T_0}\Delta u(t)-\frac{K_m\cdot K_o}{T_0}\Delta S(t)$$

V enačbi označimo:

$$a_0=\frac{1}{T_0}\qquad b_0=\frac{K_{io}\cdot K_0}{T_0}\qquad f_0=\frac{K_m\cdot K_o}{T_0}$$

Iz blokovne sheme smo tako prišli do diferencialne enačbe:

$$\Delta\dot{H}(t)=-a_0\cdot\Delta H(t)+b_0\cdot\Delta u(t)-f_0\cdot\Delta S(t)$$



Izberemo si parametra Q in R:
$Q=q^{11}$
$R=r^{11}=o_{11}^{-1}$
Iz slike dobimo:
$A=[-a_0]$; $B=[b_0]$; $C=[c_0]$
Vstavimo v izraz, ki ga moramo rešiti, da dobimo krmilni zakon:

$$\begin{bmatrix} a_0 & 0 \\ c_0 & 0 \end{bmatrix}^T P + P\begin{bmatrix} -a_0 & 0 \\ c_0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} Q\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} - P\begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix} R^{-1}\begin{bmatrix} b_0 & 0 \end{bmatrix} P = 0$$

P – simetrična konstantna in pozitivno definitna matrika
Dobimo:

$$\begin{bmatrix} -a_0 & c_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -a_0 & 0 \\ c_0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{12} & q_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_0 \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} o_{11} & o_{12} \\ o_{21} & o_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} b_0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = 0$$

$$-a_0\, p_{11} + c_0\, p_{12} - a_0\, p_{11} + c_0\, p_{12} - o_{11}\, b_0^2\, p_{11}^2 = 0$$

$$-a_0\, p_{12} + c_0\, p_{22} - o_{11}\, b_0^2\, p_{11}\, p_{12} = 0$$

$$-a_0\, p_{12} + c_0\, p_{22} - o_{11}\, b_0^2\, p_{11}\, p_{12} = 0$$

$$q_{11} - o_{11}\, b_0^2\, p_{12}^2 = 0$$

Sedaj iz enačb izrazimo p_{11}, p_{12} in p_{22}:

$$p_{12} = \frac{1}{b_0}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}$$

$$p_{11} = \frac{-a_0\left[1 - \sqrt{1 + 2\, b_0\, c_0 \frac{o_{11}}{a_0^2}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}}\right]}{b_0^2\, o_{11}}$$

$$p_{22} = \frac{a_0}{b_0\, c_0}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}} \cdot \sqrt{1 + \frac{2\, b_0\, c_0\, o_{11}}{a_0^2}\sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}}$$

Vstavimo P v sledečo enačbo, iz katere določimo še matriki F_1 in F_2.

$$\begin{bmatrix} F_1 & F_2 \end{bmatrix} = -R^{-1}\begin{bmatrix} B^T & 0^T \end{bmatrix} P\,.$$

To je enačba za reševanje, pri kateri poleg vstopne in izhodne veličine upoštevamo tudi motilno veličino in zahtevano veličino in jo dobimo iz zakona:

$$\underline{u} = F_1 \cdot \underline{x} + F_2 \cdot \int^{t} (\underline{i} - \underline{v})\, d\tau$$

Če vstavimo v izraz vse matrike dobimo:

$$\begin{bmatrix} F_1 & F_2 \end{bmatrix} = -o_{11}\begin{bmatrix} b_0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -o_{11}\, b_0\, p_{11} & -o_{11}\, b_0\, p_{12} \end{bmatrix}$$

$$u = -o_{11} \cdot b_0 \left(p_{11} \cdot x + p_{12} \cdot \int^{t} o\, dt \right)$$

$x=\Delta H$; $o=\Delta H-\Delta H_{zah}$

$$\Delta u = -o_{11} \cdot b_0 \left(p_{11} \cdot \Delta H + p_{12} \cdot \int^{t} (\Delta H - \Delta H_{zah}) dt \right)$$

Vstavimo koef. p_{11} in p_{12}:

$$\Delta u = -o_{11} \cdot \left[\frac{1}{o_{11} K_{i0} K_0} \left(\sqrt{1 + K_{i0} K_0 T_0 c_0 o_{11} \sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}} - 1 \right) \Delta H + \sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}} \int^{t} (\Delta H - \Delta H_{zah}) dt \right]$$

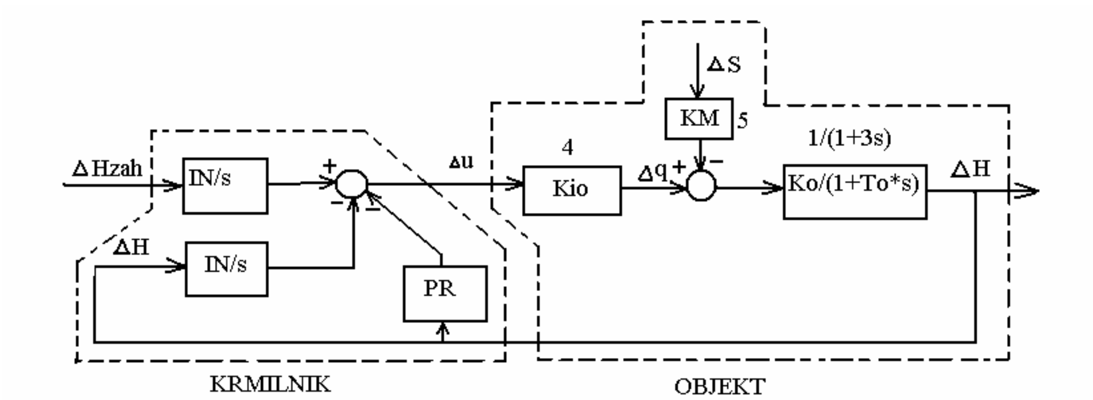
Označimo:

$$-o_{11} \cdot \left[\frac{1}{o_{11} K_{i0} K_0} \left(\sqrt{1 + K_{i0} K_0 T_0 c_0 o_{11} \sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}}} - 1 \right) \right] = PR$$

$$-o_{11} \sqrt{\frac{q_{11}}{o_{11}}} = IN$$

$$\Delta u = -PR \cdot \Delta H - IN \int^{t} (\Delta H - \Delta H_{zah}) dt$$

Naša izpolnjena krmilna shema:



Tako smo odgovorili na 1. del naloge.

2.del naloge:

- želimo opazovati ΔH, če se spremeni ΔH_{zah} kot skočna funkcija
- želimo opazovati ΔH, če se spremeni ΔS kot skočna funkcija
- želimo opazovati ΔH, če se spremenita ΔH_{zah} in ΔS kot skočna funkcija

Nastavimo matriko:

$$\begin{bmatrix} \Delta H_{\Delta H_{zah}}(s) \\ \Delta H_{\Delta S}(s) \\ \Delta g_{\Delta H_{zah}+\Delta S}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{\Delta H_{zah},\Delta S}(s) & 0 \\ 0 & P_{\Delta H,\Delta S}(s) \\ P_{\Delta H_{zah},\Delta g}(s) & P_{\Delta S,\Delta g}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta H_{zah}(s) \\ \Delta S(s) \end{bmatrix}$$

Vstopni signali:

$\Delta H_{\Delta Hzah}(s)$ – ΔH, če se spremeni ΔH_{zah}

$\Delta H_{\Delta S}(s)$ – ΔH, če se spremeni ΔS-položaj ventila

$\Delta g_{\Delta Hzah,\Delta S}(s)$ – sprememba funkcije g, če se spremeni ΔH_{zah} in ΔS hkrati

Iz sistema lahko zapišemo posamezne prenosne funkcije:

$$P_{\Delta H_{zah},\Delta S}(s)=\frac{\Delta H(s)}{\Delta H_{zah}(s)}=\frac{4\cdot IN}{4\cdot IN+(1+4PR)s+3s^2}$$

$$\mathrm{P}_{\Delta \mathrm{H},\Delta \mathrm{S}}(\mathrm{s})=\frac{\Delta \mathrm{H(s)}}{\Delta \mathrm{S(s)}}=\frac{-5\mathrm{s}}{4\cdot \mathrm{IN}+(1+4\mathrm{PR})\mathrm{s}+3\mathrm{s}^2}$$

$$\mathrm{P}_{\Delta \mathrm{H}_{zah},\Delta \mathrm{g}}(\mathrm{s})=\frac{\Delta \mathrm{g(s)}}{\Delta \mathrm{H}_{zah}(\mathrm{s})}=\frac{4\cdot \mathrm{IN}+12\cdot \mathrm{IN}\cdot \mathrm{s}}{4\cdot \mathrm{IN}+(1+4\mathrm{PR})\mathrm{s}+3\mathrm{s}^2}$$

$$\mathrm{P}_{\Delta \mathrm{S},\Delta \mathrm{g}}(\mathrm{s})=\frac{\Delta \mathrm{g(s)}}{\Delta \mathrm{S(s)}}=\frac{20\cdot \mathrm{IN}+20\cdot \mathrm{PR}\cdot \mathrm{s}}{4\cdot \mathrm{IN}+(1+4\mathrm{PR})\mathrm{s}+3\mathrm{s}^2}$$

Vstavimo nazaj v matriko:

$$\begin{bmatrix} \Delta H_{\Delta H_{zah}} \\ \Delta H_{\Delta S} \\ \Delta g_{\Delta H_{zah}+\Delta S} \end{bmatrix}=\frac{4}{4IN+(1+4PR)s+3s^2}\begin{bmatrix} IN & 0 \\ 0 & -\frac{5s}{4} \\ IN(1+3s) & 5(IN+PR\cdot s) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \Delta H_{zah}(s) \\ \Delta S(s) \end{bmatrix}$$

S pomočjo programa ANA izrišemo diagrame. V program je potrebno podati zgoraj izračunane prehodne funkcije. Program nam izriše obnašanje krmiljene veličine $\Delta H(t)$ kot odziv na skočno funkcijo spremembe ΔH_{zah} in ΔS. Primer diagramov je podan v prilogi. Iz diagramov lahko vidimo časovni potek reagiranja sistema.